PENENTUAN PREMI BERSIH TAHUNAN ANUITAS *REVERSIONARY* DENGAN TINGKAT BUNGA MODEL RENDLEMAN-BARTTER

CHAIRUNNISA DEWI ANGGRAINI

PROGRAM STUDI AKTUARIA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025

PERNYATAAN MENGENAI SKRIPSI DAN SUMBER INFORMASI SERTA PELIMPAHAN HAK CIPTA

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Penentuan Premi Bersih Tahunan Anuitas *Reversionary* dengan Tingkat Bunga Model Rendleman-Bartter” adalah karya saya dengan arahan dari dosen pembimbing dan belum diajukan dalam bentuk apa pun kepada perguruan tinggi mana pun. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir skripsi ini.

Dengan ini saya melimpahkan hak cipta dari karya tulis saya kepada Institut Pertanian Bogor.

Bogor, Agustus 2025

Chairunnisa Dewi Anggraini
G5402211027

ABSTRAK

CHAIRUNNISA DEWI ANGGRAINI. Penentuan Premi Bersih Tahunan Anuitas *Reversionary* dengan Tingkat Bunga Model Rendleman-Bartter. Dibimbing oleh RUHIYAT dan I GUSTI PUTU PURNABA.

Anuitas *reversionary* menawarkan solusi untuk memitigasi risiko finansial jangka panjang. Penelitian ini memprediksi tingkat bunga BI-*Rate* menggunakan model Rendleman-Bartter, lalu menghitung dan membandingkan premi bersih tahunan untuk tiga produk asuransi. Perbandingan dilakukan untuk tiga skenario tingkat bunga—tingkat bunga konstan, model Rendleman-Bartter, dan simulasi Monte Carlo—serta antara Tabel Mortalitas Penduduk Indonesia (TMPI) 2023 dan tabel *select and ultimate*. Hasilnya, produk dengan penerima manfaat adalah pihak yang bertahan hidup memiliki premi tertinggi. Premi dengan tingkat bunga model Rendleman-Bartter cenderung lebih kecil dari premi dengan tingkat bunga konstan. Premi dengan simulasi Monte Carlo adalah yang paling rendah karena akurasi analisis risikonya yang komprehensif. Selain itu, penggunaan tabel *select and ultimate* menghasilkan premi yang lebih rendah dibanding TMPI 2023.

Kata kunci: anuitas *reversionary*, model Rendleman-Bartter, Monte Carlo, premi asuransi, tingkat bunga stokastik.

ABSTRACT

CHAIRUNNISA DEWI ANGGRAINI. Determination of Reversionary Annuity Annual Net Premium using Rendleman-Bartter Interest Rate Model. Supervised by RUHIYAT and I GUSTI PUTU PURNABA.

A reversionary annuity offers a solution to mitigate long-term financial risk. This research forecasts the BI-Rate using the Rendleman-Bartter model, and subsequently calculates and compares the annual net premiums of three insurance products. The comparison is conducted across three interest rate scenarios—constant rate, the Rendleman-Bartter model, and Monte Carlo simulation—as between the 2023 Indonesian Population Mortality Table (TMPI) and a select and ultimate table. The findings indicate that insurance products where the survivor is the beneficiary have the highest premiums. Premiums calculated using the Rendleman-Bartter model tend to be lower than those based on a constant interest rate. Meanwhile, premiums derived from the Monte Carlo simulation are the lowest, owing to its comprehensive risk analysis. Additionally, the use of a select and ultimate table results in lower premiums compared to the TMPI 2023.

Keywords: insurance premium, Monte Carlo, Rendleman-Bartter model, reversionary annuity, stochastic interest rate.

PENENTUAN PREMI BERSIH TAHUNAN ANUITAS *REVERSIONARY* DENGAN TINGKAT BUNGA MODEL RENDLEMAN-BARTTER

CHAIRUNNISA DEWI ANGGRAINI

Skripsi
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Aktuaria pada
Program Studi Aktuaria

PROGRAM STUDI AKTUARIA
SEKOLAH SAINS DATA, MATEMATIKA, DAN INFORMATIKA
INSTITUT PERTANIAN BOGOR
BOGOR
2025

Tim Penguji pada Ujian Skripsi:

Fendy Septyanto, B.Sc., M.Si.

Judul Skripsi : Penentuan Premi Bersih Tahunan Anuitas *Reversionary* dengan Tingkat Bunga Model Rendleman-Bartter
Nama : Chairunnisa Dewi Anggraini
NIM : G5402211027

Disetujui oleh

Pembimbing 1:
Ruhiyat, S.Si., M.Si., M.Act.Sc.

Pembimbing 2:
Dr. Ir. I Gusti Putu Purnaba, DEA.

Diketahui oleh

Ketua Program Studi:
Dr. Ir. I Gusti Putu Purnaba, DEA.
NIP. 196512181990021001

Tanggal Ujian: 7 Agustus 2025 Tanggal Lulus:

PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah *Subhanahu Wa Ta'ala* atas segala karunia-Nya sehingga karya ilmiah ini berhasil diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian yang dilaksanakan sejak bulan Oktober 2024 sampai bulan Juli 2025 ini ialah Asuransi Jiwa, dengan judul "Penentuan Premi Bersih Tahunan Anuitas *Reversionary* dengan Tingkat Bunga Model Rendleman-Bartter".

Penyusunan karya ilmiah ini tidak akan berhasil tanpa dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, terima kasih penulis ucapkan kepada:

1. Para pembimbing, Bapak Ruhiyat, S.Si., M.Si., M.Act.Sc. dan Bapak Dr. Ir. I Gusti Putu Purnaba, DEA., yang telah membimbing dan banyak memberi saran sehingga karya ilmiah ini dapat terselesaikan dengan baik.
2. Kepada Bapak Fendy Septyanto, B.Sc., M.Si. selaku dosen pembimbing akademik sekaligus dosen penguji yang telah memberikan arahan selama perkuliahan serta kritik dan saran untuk perbaikan karya ilmiah ini.
3. Kedua orang tua dan keluarga besar yang selalu memberikan doa dan semangat selama perkuliahan dan juga penyusunan karya ilmiah ini.
4. Seluruh dosen serta staf Program Studi Aktuaria IPB atas ilmu, bantuan, dan bimbingannya selama perkuliahan dan juga penyusunan karya ilmiah ini.
5. Rindi Melati Mulyasari, Nurlaela Fitriana, Mustika Dewi Friandy, Khairina Sari, Carrin Adelina Shafira, Alya Zahara, dan teman-teman Aktuaria angkatan 58 yang telah memberikan dukungan dan semangat selama perkuliahan dan juga penyusunan karya ilmiah ini.
6. Nada, Khansa, Katherin, Syavina, Dhiva serta teman-teman lain yang namanya tidak bisa saya sebutkan satu per satu, yang telah memberikan doa dan semangat selama penyusunan karya ilmiah ini.
7. Teman-teman *Supervisory Board of* ASSA, yaitu Fakhira, Pinto, Nayla, dan Ashe, yang telah memberikan semangat dan dukungan selama penyusunan karya ilmiah ini.
8. Teman-teman dan kakak-kakak staf di perusahaan tempat penulis melaksanakan magang yang telah memberikan motivasi dan dukungan selama penyusunan karya ilmiah ini.

Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi pihak yang membutuhkan dan bagi kemajuan ilmu pengetahuan.

Bogor, Agustus 2025

Chairunnisa Dewi Anggraini

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Risiko merupakan hal yang tidak bisa dipisahkan dari setiap pengambilan keputusan. Perencanaan keuangan jangka panjang menjadi hal yang penting saat ini. Kurangnya perencanaan dapat menimbulkan risiko kerugian berupa kerusakan, kecelakaan, kebangkrutan, hingga kematian. Salah satu cara untuk mengurangi risiko kerugian secara finansial adalah dengan asuransi. Asuransi merupakan transaksi pertanggungan yang melibatkan pihak tertanggung, yaitu peserta asuransi, dan penanggung, yaitu perusahaan asuransi (Erdian *et al.* 2018). Menurut Markonah *et al*. (2023), asuransi secara umum dibagi menjadi tiga kelompok, yaitu asuransi jiwa, asuransi kerugian, dan reasuransi. Pada karya ilmiah ini, dilakukan penelitian mengenai asuransi jiwa secara lebih mendalam.

Asuransi jiwa memberikan manfaat berupa sejumlah uang atas kematian tertanggung kepada penerima manfaat yang sudah ditentukan dalam polis asuransi. Jika diklasifikasikan menurut metode pembayaran premi, asuransi jiwa dapat dibagi menjadi empat jenis, yaitu asuransi jiwa seumur hidup (*whole life insurance*), asuransi jiwa berjangka (*term insurance*), asuransi jiwa dwiguna (*endowment insurance*), serta asuransi jiwa *endowment* murni (*pure endowment*). Menurut Lestari dan Dzakiya (2023), asuransi jiwa dapat dikelompokkan menurut jumlah tertanggungnya, yaitu asuransi jiwa tunggal (*single life*) dan asuransi jiwa gabungan (*multi life*).

Asuransi jiwa gabungan dapat dibedakan menurut status kematian tertanggung, yaitu asuransi *joint life* dan asuransi *last survivor*. Pada asuransi *joint life* dengan pembayaran premi berkala, ketika terjadi kematian pertama, pembayaran premi dihentikan dan manfaat langsung dibayarkan kepada ahli waris, sedangkan pada asuransi *last survivor*, premi tetap dibayarkan hingga kematian terakhir dan manfaat baru dibayarkan setelah itu. Jika menggunakan premi tunggal, tidak ada penghentian pembayaran premi karena telah dibayar penuh di awal, sehingga perbedaan keduanya hanya terletak pada waktu pembayaran manfaat. Asuransi *joint life* juga dapat dikombinasikan dengan anuitas *reversionary*, di mana kematian salah satu tertanggung memicu pembayaran manfaat anuitas kepada tertanggung yang masih hidup, dan jika premi dibayar berkala, kewajiban premi akan dihentikan.

Penentuan besaran premi bersih yang tepat diperlukan untuk menghindari risiko gagal bayar oleh perusahaan asuransi. Besar premi bersih dipengaruhi oleh tingkat kematian (mortalitas) dan tingkat bunga. Tingkat bunga tidak selalu konstan, melainkan dapat berubah-ubah akibat mengikuti proses stokastik (Miasary *et al.* 2023). Salah satu model tingkat bunga stokastik yang dapat digunakan adalah model Rendleman-Bartter.

Model Rendleman-Bartter termasuk dalam contoh model ekuilibrium satu faktor, begitupun dengan model Vasicek dan model Cox-Ingersoll-Ross (Hull 2022). Penggunaan model Rendleman-Bartter menjadi relevan dalam konteks anuitas *reversionary* karena karakteristik pembayaran yang bergantung pada kejadian kontingensi di masa depan (Dickson *et al.* 2020). Perbedaan utama antara anuitas *reversionary* dengan anuitas biasa terletak pada waktu dimulainya pembayaran, anuitas *reversionary* akan mulai dibayarkan setelah terjadinya kegagalan, seperti kematian tertanggung pertama dalam kasus asuransi *joint life* (Bowers *et al.* 1997).

Pada penelitian yang dilakukan oleh Lee *et al.* (2016), dilakukan perbandingan penetapan harga opsi menggunakan model Rendleman-Bartter dan Cox-Ingersoll-Ross (CIR). Pada model Rendleman-Bartter, diasumsikan bahwa nilai rata-rata dan ragam dari *return* logaritmik saham tetap konstan selama periode opsi. Pada model CIR, tingkat bunga mengikuti proses *mean-reverting* yang menjamin ketaknegatifan tingkat bunga. Pendekatan model Rendleman-Bartter lebih intuitif meskipun penurunannya lebih rumit dan panjang, sedangkan pada model CIR asumsi parameter-parameter yang digunakan menyebabkan pendekatan model ini lebih terbatas.

Beberapa penelitian terdahulu juga telah mengkaji penentuan premi untuk berbagai jenis anuitas dengan model tingkat bunga stokastik. Misalnya, penelitian oleh Wang *et al.* (2004) menggunakan model Vasicek dan CIR untuk menentukan premi anuitas hidup, sementara Sulma *et al.* (2023) menerapkan model Vasicek dan CIR dalam konteks anuitas berjangka. Penelitian oleh Pradipta *et al.* (2013) menunjukkan bahwa pemilihan model tingkat bunga yang tepat dapat memengaruhi akurasi penentuan premi secara signifikan.

Pada karya ilmiah ini, dilakukan penelitian untuk penentuan premi tahunan untuk anuitas r*eversionary* dengan tingkat bunga yang mengikuti model Rendleman-Bartter. Penghitungan premi diaplikasikan pada produk asuransi dengan dua tertanggung, yaitu pasangan suami istri, yang dibedakan menjadi tiga produk: (1) istri sebagai penerima manfaat setelah kematian suami, (2) suami sebagai penerima manfaat setelah kematian istri, dan (3) penerima manfaat adalah salah satu dari pasangan yang masih hidup setelah kematian pertama. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi teoretis dalam pengembangan ilmu aktuaria serta manfaat praktis bagi industri asuransi dalam penetapan premi produk anuitas *reversionary*.

1.2 Tujuan

Tujuan penelitian pada karya ilmiah ini adalah:

1. Memprediksi tingkat bunga BI-*Rate* menggunakan model Rendleman-Bartter.
2. Menghitung premi bersih tahunan anuitas *reversionary* untuk tiga produk dengan tingkat bunga yang telah diprediksi.
3. Membandingkan hasil premi bersih tahunan anuitas *reversionary* menggunakan tingkat bunga konstan, tingkat bunga model Rendleman-Bartter, dan simulasi Monte Carlo terhadap tiga produk.
4. Membandingkan hasil premi bersih tahunan anuitas *reversionary* menggunakan Tabel Mortalitas Penduduk Indonesia 2023 serta tabel *select and ultimate*.

II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Tingkat Bunga

Bunga adalah biaya harus dibayarkan oleh peminjam modal kepada pemberi pinjaman atas penggunaan modal (Campolieti dan Makarov 2014). Pemberi pinjaman tidak dapat menggunakan modal yang dipinjamkan untuk sementara waktu, sehingga bunga mengkompensasi pemberi pinjaman atas hilangnya kesempatan penggunaan modal tersebut.

Tingkat Bunga Sederhana

Bunga sederhana memiliki tingkat pengembalian yang sebanding dengan waktu n (Campolieti dan Makarov 2014). Perhitungan bunga sederhana didasari oleh besarnya pokok yang nilainya konstan (tetap) pada jangka waktu tertentu. Dana sebesar P yang diinvestasikan selama n tahun dengan tingkat bunga sederhana sebesar i per tahun akan terakumulasi sebesar

$$P(1 + in).$$

Tingkat Bunga Majemuk

Bunga majemuk mengasumsikan bahwa bunga yang diperoleh pada tingkat bunga konstan $i > 0$ secara otomatis diakumulasikan ke dalam investasi secara berkala (Campolieti dan Makarov 2014). Dana sebesar P yang diinvestasikan selama n tahun dengan tingkat bunga majemuk sebesar i per tahun akan terakumulasi sebesar

$$P(1 + i)^n.$$

Faktor Diskon

Faktor diskon adalah nilai sekarang dari dana sebesar P yang diakumulasikan selama n tahun (Campolieti dan Makarov 2014). Hal ini dapat digunakan untuk menghitung nilai uang di masa yang akan datang apabila dibawa ke masa sekarang. Dengan asumsi i konstan selama n tahun, maka faktor diskon (v) dapat dihitung dengan persamaan

$$v = \frac{1}{(1 + i)^n}.$$

Force of Interest

Force of interest adalah tingkat bunga yang dibayarkan secara kontinu atau terus-menerus (Campolieti dan Makarov 2014). *Force of interest* dapat dinyatakan dengan persamaan

$$\delta = \ln(1 + i).$$

2.2 Proses Stokastik

Proses stokastik adalah sekumpulan peubah acak $X = \{X(t), t \in T\}$ yang didefinisikan pada ruang peluang tertentu (Ross 2010). Proses stokastik dapat diklasifikasikan dalam diskret maupun kontinu.

Gerak Brown

Menurut (Ross 2010), suatu proses stokastik $\{X(t), t \geq 0\}$ dikatakan mengikuti proses gerak Brown apabila memenuhi:

i. $X(0) = 0$,
ii. $\{X(t), t \geq 0\}$ memiliki inkremen bebas atau untuk $0 < t_1 < t_2 < \cdots < t_n$, peubah acak $X(t_i) - X(t_{i-1})$, $i = 1,2, \dots, n$ saling bebas.
iii. Untuk setiap $t > 0$, $X(t)$ menyebar normal dengan nilai harapan nol dan ragam $\sigma^2 t$ serta nilai σ konstan.

Proses Wiener

Proses Wiener adalah gerak Brown dengan nilai harapan nol serta ragam satu. Peubah acak z dikatakan mengikuti proses Wiener apabila memiliki dua sifat berikut.

i. Perubahan z dalam interval waktu (Δt) yang pendek dinyatakan sebagai

$$\Delta z = \varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

di mana ε menyebar normal baku.
ii. Nilai Δz untuk dua interval waktu (Δt) pendek yang berbeda dan tidak beririsan adalah peubah acak yang saling bebas (Hull 2022).

Proses Wiener Diperumum

Proses Wiener diperumum untuk peubah acak x dapat didefinisikan sebagai berikut.

$$dx = a\,dt + b\,dz,$$

dengan a dan b konstan serta z adalah proses Wiener. Parameter a menyatakan rataan perubahan x tiap satuan waktu (*drift rate*) dan b menyatakan simpangan baku tiap satuan waktu, sedangkan b^2 menyatakan *variance rate*. Pada interval waktu yang pendek, proses Wiener diperumum dapat dinyatakan sebagai

$$\Delta x = a\Delta t + b\varepsilon\sqrt{\Delta t}.$$

Dari persamaan di atas, dapat diketahui bahwa Δx menyebar normal baku dengan nilai harapan $a\Delta t$ serta ragam $b^2\Delta t$ (Hull 2022).

Proses Itô

Menurut Hull (2022), proses Itô adalah proses Wiener diperumum dengan a dan b merupakan fungsi dari x dan t, sehingga *drift rate* dan *variance rate* pada proses Itô berubah mengikuti waktu. Proses Itô dapat dinyatakan sebagai

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz,$$

dengan z adalah proses Wiener. Pada interval waktu yang pendek, proses It$\hat{o}$ juga dapat dinyatakan sebagai

$$\Delta x = a(x,t)\Delta t + b(x,t)\varepsilon\sqrt{\Delta t},$$

dengan ε menyebar normal baku.

2.3 Model Rendleman-Bartter

Model Rendleman-Bartter dikemukakan oleh Richard J. Rendleman dan Brit J. Bartter pada tahun 1979 sebagai landasan untuk memodelkan harga opsi *two-state* (Rendleman dan Bartter 1979). Pada tahun 1980, model ini digunakan untuk menggambarkan tingkat bunga stokastik jangka pendek (Rendleman dan Bartter 1980). Proses stokastik tingkat bunga model Rendleman-Bartter diasumsikan dalam bentuk

$$dr(t) = ar(t)dt + \sigma r(t)dW(t),$$

di mana $r(t)$ adalah tingkat bunga, a adalah parameter *drift*, σ adalah parameter volatilitas, dan $W(t)$ adalah proses Wiener (Hull 2022).

2.4 Metode Euler-Maruyama

Metode Euler-Maruyama digunakan untuk memperoleh solusi numerik dari persamaan diferensial stokastik yang merupakan ekstensi dari metode Euler untuk persamaan diferensial biasa (Kloeden dan Platen 1992). Misalkan persamaan diferensial stokastik sebagai berikut

$$dX(t) = aX(t)dt + bX(t)dW(t)$$

dengan $X(0) = x(0)$ adalah nilai awal dan $W(t)$ adalah proses Wiener. Solusi berada pada interval waktu $[0,T]$ dibagi menjadi N langkah kecil dengan jarak yang sama besar, yaitu $\Delta t = \frac{T}{N}$, sehingga aproksimasi persamaan diferensial stokastik dengan metode Euler-Maruyama adalah

$$X(t+\Delta t) = X(t) + aX(t)\Delta t + bX(t)\Delta W(t)$$

untuk $t = 1, 2, \dots, N-1$, dengan nilai $X(0) = x(0)$ dan

$$\Delta W(t) = W(t+\Delta t) - W(t).$$

Peubah acak $\Delta W(t) \sim N(0,\Delta t)$ saling bebas dan menyebar normal dengan nilai harapan adalah 0 dan ragam adalah Δt.

2.5 Metode Simulasi Monte Carlo

Menurut Thomopoulos (2013), metode ini berbasis pada iterasi model seperti dalam pengambilan sampel acak. Pada setiap sampel, peubah acak dibangkitkan untuk setiap peubah *input* dan menghasilkan *output* acak untuk setiap peubah *output*. Dengan cara ini, simulasi Monte Carlo akan mengaproksimasi solusi numerik untuk persamaan diferensial stokastik.

2.6 *Ordinary Least-Square*

Ordinary least-square (OLS) ialah metode yang digunakan untuk menduga nilai parameter dari model regresi linear (Wooldridge 2013). Tujuan OLS adalah meminimumkan jumlah selisih kuadrat antara nilai yang diamati dan nilai dugaan, hal tersebut dinyatakan dalam persamaan berikut.

$$y_i = a + bx_i + \varepsilon_i; i = 1,2,\ldots,n$$
$$\varepsilon_i = y_i - (a + bx_i).$$

Nilai parameter dapat diperoleh dengan meminimumkan persamaan

$$S = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - (a + bx_i)\right)^2.$$

Dengan menurunkan persamaan di atas terhadap masing-masing parameter maka akan diperoleh persamaan sebagai berikut.

$\frac{\partial S}{\partial a} = 0$ sebagai syarat perlu dan $\frac{\partial^2 S}{\partial a^2}|_{a=\hat{a}} > 0$, serta

$\frac{\partial S}{\partial b} = 0$ sebagai syarat perlu dan $\frac{\partial^2 S}{\partial b^2}|_{b=\hat{b}} > 0$.

2.7 *Mean Absolute Percentage Error*

Mean absolute percentage error (MAPE) merupakan salah satu ukuran yang digunakan dalam pengukuran kesesuaian model. MAPE sering digunakan dalam bidang keuangan, di mana keuntungan dan kerugian sering diukur dalam nilai relatif (de Myttenaere *et al.* 2016). Perhitungan MAPE dapat dilakukan dengan persamaan berikut.

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{y_i} \times 100\%$$

dengan y_i menyatakan nilai amatan, $\hat{y}_i$ menyatakan nilai dugaan, dan n menyatakan banyaknya amatan. Menurut Lewis (1982), interpretasi nilai MAPE dikategorikan menjadi empat, seperti yang tertera pada Tabel 1.

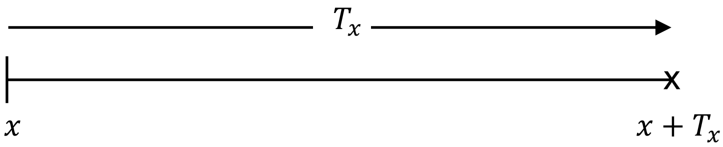
Tabel 1 Interpretasi nilai MAPE

Nilai MAPE	Tingkat akurasi
$< 10\%$	Kemampuan peramalan sangat akurat
$10\% - 20\%$	Kemampuan peramalan akurat
$20\% - 50\%$	Kemampuan peramalan cukup akurat
$> 50\%$	Kemampuan peramalan tidak akurat

2.8 Model *Survival Single Life*

Peubah Acak Waktu hingga Kematian

Misalkan T_0 merupakan peubah acak waktu kontinu untuk usia 0 hingga terjadinya kematian, sehingga T_0 disebut sebagai peubah acak waktu hingga kematian (Cunningham *et al.* 2012). Misalkan seorang individu berusia x, maka peubah acak sisa waktu hingga kematian individu tersebut adalah T_x.



Gambar 1 Garis waktu hubungan usia x dan peubah acak T_x

Fungsi Sebaran Kumulatif Status *Single Life*

Menurut Cunningham *et al.* (2012), $F_{T_x}(t)$ menunjukkan peluang bahwa seorang individu yang hidup pada usia x mengalami kematian sebelum usia $x + t$, hal tersebut dinyatakan dalam persamaan

$${}_tq_x = F_{T_x}(t) = \Pr(T_x \leq t).$$

Fungsi Sebaran *Survival* Status *Single Life*

Menurut Cunningham *et al.* (2012), peluang bahwa seorang individu yang hidup pada usia x mengalami kematian setelah usia $x + t$, sehingga tepat pada usia $x + t$ individu tersebut masih bertahan yang kemudian dinyatakan dalam persamaan

$${}_tp_x = S_{T_x}(x) = \Pr(T_x > t) = 1 - \Pr(T_x \leq t) = 1 - {}_tq_x.$$

2.9 Model *Survival Two Life*

Fungsi Sebaran Kumulatif Status *Two Life*

Menurut Bowers *et al.* (1997), peluang bersama dua individu hidup pada usia x dan y dengan kegagalan terjadi saat keduanya berusia tidak lebih dari $x + s$ dan $y + t$ dapat dinyatakan dalam persamaan

$$F_{T_x,T_y}(s,t) = \Pr\big(T_x \leq s \text{ dan } T_y \leq t\big).$$

Fungsi Sebaran *Survival* Status *Two Life*

Menurut Bowers *et al.* (1997), peluang bersama dua individu hidup pada usia x dan y dengan kegagalan terjadi saat keduanya berusia lebih dari $x + s$ dan $y + t$ dapat dinyatakan dalam persamaan

$$S_{T_x,T_y}(s,t) = \Pr\big(T_x > s \text{ dan } T_y > t\big).$$

2.10 Model *Survival* Status *Joint Life*

Status *joint life* tetap berlaku apabila seluruh anggota yang tergabung masih bertahan hidup dan dinyatakan berakhir ketika terjadi kegagalan pertama (Bowers *et al.* 1997).

Peubah Acak Waktu Hingga Kegagalan Status *Joint Life*

Menurut Bowers *et al.* (1997), peubah acak waktu hingga kegagalan status *joint life* diartikan sebagai statistik tataan terkecil dari peubah acak waktu hingga kegagalan setiap anggota. Misalkan (xy) menyatakan status *joint life* dengan anggota sebanyak dua individu berusia x dan y, maka T_{xy} merupakan peubah acak waktu hingga kegagalan status *joint life* untuk dua individu yang dapat dinyatakan dengan

$$T_{xy} = \min\,(T_x, T_y).$$

Fungsi Sebaran *Survival* Status *Joint Life*

Menurut Bowers *et al.* (1997), peluang status *joint life* tetap berlaku hingga waktu t dapat dinyatakan dalam persamaan

$$\begin{aligned} {}_tp_{xy} &= S_{T_{xy}}(t) \\ &= \Pr\big(T_{xy} > t\big) \\ &= \Pr\big(\min\{T_x, T_y\} > t\big) \\ &= \Pr\big(T_x > t \text{ dan } T_y > t\big) \\ &= S_{T_x,T_y}(t,t). \end{aligned}$$

Apabila T_x dan T_y saling bebas, maka

$$\begin{aligned} {}_tp_{xy} &= \Pr\big(T_x > t \text{ dan } T_y > t\big) \\ &= \Pr(T_x > t)\,\Pr\big(T_y > t\big) = {}_tp_x\,{}_tp_y. \end{aligned}$$

Fungsi Sebaran Kumulatif Status *Joint Life*

Menurut Bowers *et al.* (1997), peluang status *joint life* yang berakhir pada waktu t dapat dinyatakan dalam persamaan

$$\begin{aligned} {}_tq_{xy} &= F_{T_{xy}}(t) \\ &= \Pr\big(T_{xy} \le t\big) \\ &= \Pr\big(\min\{T_x, T_y\} \le t\big) \\ &= 1 - {}_tp_{xy}. \end{aligned}$$

2.11 Model *Survival* Status *Last Survivor*

Status *last survivor* tetap berlaku apabila minimal satu anggota yang tergabung masih bertahan hidup dan dinyatakan berakhir setelah semua anggota mengalami kegagalan (Bowers *et al.* 1997).

Peubah Acak Waktu Hingga Kegagalan Status *Last Survivor*

Menurut Bowers *et al.* (1997), peubah acak waktu hingga kegagalan status *last survivor* diartikan sebagai statistik tataan terbesar dari peubah acak waktu hingga kegagalan setiap anggota. Misalkan $(\overline{xy})$ menyatakan status *last survivor* dengan anggota sebanyak dua individu berusia x dan y, maka $T_{\overline{xy}}$ merupakan peubah acak waktu hingga kegagalan status *last survivor* untuk dua individu yang dapat dinyatakan dengan

$$T_{\overline{xy}} = \max\,(T_x, T_y).$$

Fungsi Sebaran Kumulatif Status *Last Survivor*

Menurut Bowers *et al.* (1997), peluang status *last survivor* yang berakhir pada waktu t dapat dinyatakan dalam persamaan

$$
\begin{aligned}
{}_tq_{\overline{xy}} &= F_{T_{\overline{xy}}}(t) \\
&= \Pr\left(T_{\overline{xy}} \leq t\right) \\
&= \Pr\left(\max\{T_x, T_y\} \leq t\right) \\
&= \Pr\left(T_x \leq t \text{ dan } T_y \leq t\right) \\
&= F_{T_x,T_y}(t, t).
\end{aligned}
$$

Apabila T_x dan T_y saling bebas, maka

$$
\begin{aligned}
{}_tq_{\overline{xy}} &= \Pr\left(T_x \leq t \text{ dan } T_y \leq t\right) \\
&= \Pr(T_x \leq t) \Pr\left(T_y \leq t\right) = {}_tq_x\,{}_tq_y.
\end{aligned}
$$

Fungsi Sebaran *Survival* Status *Last Survivor*

Menurut Bowers *et al.* (1997), peluang status *last survivor* tetap berlaku hingga waktu t dapat dinyatakan dalam persamaan

$$
\begin{aligned}
{}_tt_{\overline{xy}} &= S_{T_{\overline{xy}}}(t) \\
&= \Pr\left(T_{\overline{xy}} > t\right) \\
&= \Pr\left(\max\{T_x, T_y\} > t\right) \\
&= 1 - {}_tq_{\overline{xy}}.
\end{aligned}
$$

2.12 Model *Survival Select and Ultimate*

Menurut Dickson *et al.* (2020), mortalitas suatu kelompok individu dijelaskan oleh model *survival select and ultimate* apabila memenuhi dua pernyataan berikut:

i. Peluang bertahan hidup di masa depan untuk seorang individu dalam kelompok bergantung pada usia individu saat ini dan usia saat individu tersebut bergabung dengan kelompok.
ii. Terdapat angka positif (umumnya bilangan bulat), yang disebut d, sedemikian rupa sehingga jika seorang individu bergabung dengan kelompok lebih dari d tahun yang lalu, peluang bertahan hidup di masa depan hanya bergantung pada usia saat ini. Efek seleksi diasumsikan hilang setelah d tahun.

Efek seleksi adalah penurunan tingkat mortalitas pada awal masa pertanggungan karena individu yang baru bergabung telah melalui proses seleksi risiko (misalnya pemeriksaan kesehatan). Misalnya peserta asuransi baru yang lolos seleksi kesehatan memiliki risiko kematian lebih rendah dibandingkan populasi umum pada usia yang sama. Namun, setelah periode seleksi (*select period*), perbedaan ini hilang dan risiko kembali mengikuti *ultimate mortality*. Sehingga model secara lengkap terdiri dari periode seleksi yang diikuti dengan periode *ultimate*. Model *survival select* dapat didefinisikan menjadi:

$$
\begin{aligned}
{}_tp_{[x]+s} &= \Pr\left[(x+s) \text{ diseleksi pada usia } x\text{, bertahan hidup hingga usia } x+s+t\right], \\
{}_tq_{[x]+s} &= \Pr\left[(x+s) \text{ diseleksi pada usia } x\text{, meninggal sebelum usia } x+s+t\right].
\end{aligned}
$$

Faktor seleksi digunakan untuk menyesuaikan peluang mortalitas pada periode awal kepesertaan asuransi, sehingga mencerminkan kenyataan bahwa peserta baru umumnya lebih sehat dibandingkan populasi umum pada usia yang sama. Nilai faktor seleksi ini dapat diperoleh melalui analisis data historis klaim. Pada $s = 0$, formulasi dapat dinyatakan sebagai peluang bersyarat:

$${}_{t}p_{[x]} = \Pr\left(T_{[x]} > t \middle| \text{ terseleksi pada usia } x\right),$$
$${}_{t}q_{[x]} = \Pr\left(T_{[x]} \leq t \middle| \text{ terseleksi pada usia } x\right).$$

Untuk nilai $t < d$ dikategorikan sebagai periode seleksi dan untuk nilai $t \geq d$ dikategorikan sebagai periode *ultimate*.

2.13 Anuitas Hidup

Anuitas hidup merupakan serangkaian pembayaran yang dibayarkan secara berkala selama tertanggung masih hidup (Dickson *et al.* 2020). Pembayaran dilakukan secara teratur, misalnya setiap bulan atau setiap tahun, dengan besaran yang sama.

Anuitas Awal Berjangka *n* Tahun

Menurut Dickson *et al.* (2020), anuitas awal berjangka n tahun merupakan serangkaian pembayaran yang dibayarkan setiap awal tahun maksimal selama n tahun sebesar satu satuan selama pihak tertanggung masih hidup dengan peubah acak nilai sekarang dapat dinyatakan sebagai

$$Y = \ddot{a}_{\overline{\min(\lfloor T_x \rfloor + 1, n)|}} = \begin{cases} \ddot{a}_{\overline{\lfloor T_x \rfloor + 1|}}, T_x < n, \\ \ddot{a}_{\overline{n|}}, T_x \geq n, \end{cases}$$

sehingga nilai sekarang aktuarianya atau premi tunggal bersihnya

$$E(Y) = \ddot{a}_{x:\overline{n|}} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t \, {}_{t}p_x.$$

Anuitas Akhir Berjangka *n* Tahun

Menurut Dickson *et al.* (2020), anuitas akhir berjangka n tahun merupakan serangkaian pembayaran yang dibayarkan setiap akhir tahun maksimal selama n tahun sebesar satu satuan selama pihak tertanggung masih hidup dengan peubah acak nilai sekarang dapat dinyatakan sebagai

$$Y = a_{\overline{\min(\lfloor T_x \rfloor, n)|}} = \begin{cases} a_{\overline{\lfloor T_x \rfloor|}}, T_x < n, \\ a_{\overline{n|}}, T_x \geq n, \end{cases}$$

sehingga nilai sekarang aktuarianya atau premi tunggal bersihnya

$$E(Y) = a_{x:\overline{n|}} = \sum_{t=1}^{n} v^t \, {}_{t}p_x.$$

Anuitas Awal Status *Joint Life* Berjangka *n* Tahun

Menurut Dickson *et al.* (2020), anuitas awal status *joint life* berjangka n tahun merupakan serangkaian pembayaran yang dibayarkan setiap awal tahun maksimal selama n tahun sebesar satu satuan selama semua anggota tertanggung, (x) dan (y), masih hidup dengan peubah acak nilai sekarang dapat dinyatakan sebagai

$$Y = \ddot{a}_{\overline{\min(\lfloor T_{xy}\rfloor+1,n)|}} = \begin{cases}\ddot{a}_{\overline{\min(\lfloor T_x\rfloor+1,n)|}}, T_x \le T_y,\\ \ddot{a}_{\overline{\min(\lfloor T_y\rfloor+1,n)|}}, T_x > T_y,\end{cases}$$

sehingga nilai sekarang aktuarianya atau premi tunggal bersihnya

$$E(Y) = \ddot{a}_{xy:\overline{n|}} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t \,{}_tp_{xy}.$$

Anuitas Akhir Status *Joint Life* Berjangka *n* Tahun

Menurut Dickson *et al.* (2020), anuitas akhir status *joint life* berjangka n tahun merupakan serangkaian pembayaran yang dibayarkan setiap akhir tahun maksimal selama n tahun sebesar satu satuan selama semua anggota tertanggung masih hidup, misalkan dua individu berusia x dan y, dengan x menyatakan usia suami dan y menyatakan usia istri maka peubah acak nilai sekarang dapat dinyatakan sebagai

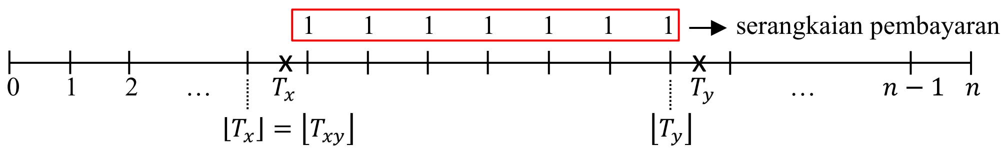
$$Y = a_{\overline{\min(\lfloor T_{xy}\rfloor,n)|}} = \begin{cases}a_{\overline{\min(\lfloor T_x\rfloor,n)|}}, T_x \le T_y,\\ a_{\overline{\min(\lfloor T_y\rfloor,n)|}}, T_x > T_y,\end{cases}$$

sehingga nilai sekarang aktuarianya atau premi tunggal bersihnya

$$E(Y) = a_{xy:\overline{n|}} = \sum_{t=1}^{n} v^t \,{}_tp_{xy}.$$

Anuitas *Reversionary*

Anuitas *reversionary* adalah anuitas hidup yang berlaku untuk dua orang (*two life*) dengan pembayaran manfaat baru dimulai setelah salah satu tertanggung mengalami kegagalan dan akan berhenti ketika tertanggung kedua meninggal dunia (Cunningham *et al.* 2012). Menurut Bowers *et al.* (1997), anuitas berjangka n tahun yang memberikan pembayaran sebesar satu satuan setiap akhir tahun, dimulai ketika terjadi kegagalan tertanggung pertama (x) hingga maksimal selama n tahun selama tertanggung kedua (y) masih hidup. Sehingga apabila (y) meninggal sebelum n tahun, maka pembayaran manfaatnya adalah sebagai berikut.



Gambar 2 Ilustrasi pembayaran anuitas *reversionary*

Berdasarkan Gambar 2, maka peubah acak nilai sekarang dari pembayaran tersebut adalah

$$\begin{aligned} Y &= a_{\overline{\min(\lfloor T_y\rfloor,n)|}} - a_{\overline{\min(\lfloor T_{xy}\rfloor,n)|}} \\ &= \begin{cases}a_{\overline{\min(\lfloor T_y\rfloor,n)|}} - a_{\overline{\min(\lfloor T_x\rfloor,n)|}}, T_x \le T_y,\\ a_{\overline{\min(\lfloor T_y\rfloor,n)|}} - a_{\overline{\min(\lfloor T_y\rfloor,n)|}}, T_x > T_y,\end{cases}\end{aligned}$$

$$
= \begin{cases} a_{\overline{\min(\lfloor T_y \rfloor, n)|}} - a_{\overline{\min(\lfloor T_x \rfloor, n)|}}, & T_x \leq T_y, \\ 0, & T_x > T_y, \end{cases}
$$

sehingga nilai sekarang aktuarianya atau premi tunggal bersihnya

$$
\begin{aligned}
E(Y) &= a_{x|y:\overline{n|}} \\
&= a_{y:\overline{n|}} - a_{xy:\overline{n|}} \\
&= \sum_{t=1}^{n} v^k \, {}_tp_y - \sum_{t=1}^{n} v^t \, {}_tp_{xy}.
\end{aligned}
$$

2.14 Premi Bersih Tahunan Anuitas *Reversionary*

Premi tahunan merupakan sejumlah uang yang dibayarkan setiap awal tahun kepada perusahaan asuransi dengan besaran yang sesuai dengan kontrak polis di awal (Dickson *et al.* 2020). Premi tahunan untuk anuitas *reversionary* dengan status *joint life* dibayarkan selama kedua tertanggung masih hidup hingga salah satu mengalami kematian atau maksimal hingga m tahun.

Pada asuransi dengan pembayaran premi selama n tahun status *joint life*, misalkan dua individu berusia x dan y, dengan x menyatakan usia suami dan y menyatakan usia istri, maka

a. Setelah kematian suami (x) nilai anuitas *reversionary* untuk istri (y). Pembayaran premi tahunan berjangka n tahun dengan manfaat sebesar B yang dibayarkan selama m tahun adalah
$$P_1 = \frac{a_{x|y:\overline{m|}}}{\ddot{a}_{xy:\overline{n|}}} B.$$
b. Setelah kematian istri (y) nilai anuitas *reversionary* untuk suami (x). Pembayaran premi tahunan berjangka n tahun dengan manfaat sebesar B yang dibayarkan selama m tahun adalah
$$P_2 = \frac{a_{y|x:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{xy:\overline{m|}}} B.$$
c. Setelah kematian tertanggung pertama $(x \text{ atau } y)$ nilai anuitas *reversionary* untuk tertanggung yang bertahan hidup $(x \text{ atau } y)$. Pembayaran premi tahunan berjangka n tahun dengan manfaat sebesar B yang dibayarkan selama m tahun adalah
$$P_3 = \frac{a_{xy|\overline{xy}:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{xy:\overline{m|}}} B.$$

III METODE

3.1 Data dan Perangkat

Penelitian ini menggunakan data mortalitas dari Tabel Mortalitas Penduduk Indonesia (TMPI) yang diterbitkan pada tahun 2023 oleh BPJS Kesehatan dan tabel *select and ultimate* yang merupakan modifikasi dari TMPI 2023. Tingkat bunga yang digunakan pada penelitian ini mengacu pada BI-*Rate* yang ditetapkan dalam Rapat Dewan Gubernur Bank Indonesia periode Januari 2017 sampai Desember 2024. Perangkat lunak yang digunakan penulis adalah *Microsoft Excel* dan *RStudio*.

3.2 Asumsi Penelitian

Penelitian ini menggunakan beberapa asumsi untuk penghitungan premi tahunan, antara lain:

1. Tingkat bunga konstan menggunakan BI-*Rate* bulan Desember 2024 sebesar 6,00% dan tingkat bunga stokastik menggunakan BI-*Rate* yang dimodelkan dengan Rendleman-Bartter.
2. Besar manfaat anuitas *reversionary* dibayarkan pada akhir tahun kematian kepada pihak penerima manfaat dengan tingkat pembayaran sebesar Rp48.000.000,00 per tahun dengan asumsi biaya hidup Rp4.000.000,00 per bulan.
3. Masa pertanggungan asuransi berlaku selama 15 tahun, apabila dalam waktu tersebut penerima manfaat meninggal, maka pembayaran manfaat akan dihentikan. Pembayaran manfaat diberikan paling lama 15 tahun sejak dimulainya masa pertanggungan, meskipun penerima manfaat masih hidup.
4. Pihak tertanggung adalah pasangan suami istri dengan selisih usia 3 tahun yang usia masuknya terjadi ketika:
   a. Suami berusia 25 tahun dan istri berusia 22 tahun.
   b. Suami berusia 27 tahun dan istri berusia 24 tahun.
   c. Suami berusia 29 tahun dan istri berusia 26 tahun.
5. Asumsi mortalitas mengikuti dua skenario:
   a. Mengikuti TMPI tahun 2023.
   b. Mengikuti tabel *select and ultimate* dengan periode seleksi 5 tahun yang merupakan modifikasi dari TMPI 2023.
6. Premi diasumsikan dibayar di awal tahun selama 10 tahun, dengan syarat kedua tertanggung (suami dan istri) masih hidup. Pembayaran premi akan berhenti jika salah satu tertanggung meninggal.
7. Berikut beberapa variasi produk asuransi:
   a. Produk 1: istri sebagai penerima manfaat saat terjadi kematian suami, dengan syarat dibayarkannya manfaat adalah istri masih hidup saat suami meninggal.
   b. Produk 2: suami sebagai penerima manfaat saat terjadi kematian istri, dengan syarat dibayarkannya manfaat adalah suami masih hidup saat istri meninggal.

c. Produk 3: status *joint life* dengan penerima manfaat adalah tertanggung yang bertahan hidup ketika terjadi kematian salah satu tertanggung, dengan syarat dibayarkannya manfaat adalah minimal satu tertanggung masih hidup.

3.3 Tahapan Penelitian

Tahapan penelitian yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mendiskretisasi model Rendleman-Bartter dengan metode Euler-Maruyama.
2. Menduga parameter α dan σ model Rendleman-Bartter dengan OLS.
3. Menggunakan hasil dugaan untuk membangkitkan tingkat bunga model Rendleman-Bartter.
4. Menilai kesesuaian model Rendleman-Bartter dalam memodelkan tingkat bunga BI-*rate* menggunakan *MAPE*.
5. Menghitung nilai sekarang anuitas *reversionary* dan anuitas *joint life* serta premi bersih tahunan menggunakan TMPI 2023 dengan tiga skema tingkat bunga berikut:
   a. Tingkat bunga konstan.
   b. Tingkat bunga model Rendleman–Bartter (RB).
   c. Tingkat bunga model Rendleman–Bartter dengan simulasi Monte Carlo (MC), dibangkitkan sebanyak 10.000 kali dan menggunakan rata-rata premi.
6. Seluruh perhitungan pada poin 5 diulang menggunakan tabel mortalitas *select and ultimate* untuk semua produk dan semua skenario usia pasangan.
7. Membandingkan hasil premi bersih tahunan yang diperoleh dari seluruh skenario.

IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Diskretisasi Model Rendleman-Bartter dengan Metode Euler-Maruyama

Tingkat bunga model Rendleman-Bartter memiliki bentuk persamaan diferensial stokastik dengan formula sebagai berikut:

$$dr(t) = ar(t)dt + \sigma r(t)dW(t).$$

Pendugaan nilai parameter model Rendleman-Bartter dengan metode *Ordinary Least-Square* (OLS) adalah sebagai berikut.

$$\hat{a} = \frac{\hat{q} - 1}{\Delta t}, \tag{1}$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N-2}\sum_{t=1}^{N-1}\left(\frac{r(t+\Delta t) - \hat{q}r(t)}{r(t)}\right)^2} \tag{2}$$

dengan

$$\hat{q} = \frac{\sum_{t=1}^{N-1} r(t+\Delta t)r(t)}{\sum_{t=1}^{N-1}\left(r(t)\right)^2}. \tag{3}$$

Persamaan (1)-(3) diperoleh melalui diskretisasi persamaan diferensial model Rendleman-Bartter menggunakan metode Euler-Maruyama, sehingga menjadi

$$\begin{aligned} \Delta r(t) &= ar(t)\Delta t + \sigma r(t)\Delta W(t) \\ r(t+\Delta t) - r(t) &= ar(t)\Delta t + \sigma r(t)\Delta W(t) \\ r(t+\Delta t) &= r(t) + ar(t)\Delta t + \sigma r(t)\Delta W(t) \\ r(t+\Delta t) &= r(t)[1 + a\Delta t] + \sigma r(t)\Delta W(t). \end{aligned} \tag{4}$$

Kemudian untuk memperoleh parameter model Rendleman-Bartter berupa a dan σ dari Persamaan (4) digunakan metode regresi *Ordinary Least-Square* (OLS) dengan persamaan $r(t+\Delta t)$ dapat dituliskan sebagai

$$r(t+\Delta t) = qr(t) + \varepsilon r(t), \tag{5}$$

dengan

$$q = 1 + a\Delta t, \tag{6}$$

dan $\varepsilon = \sigma\Delta W(t)$, maka Persamaan (5) dapat ditulis menjadi

$$\varepsilon = \frac{r(t+\Delta t) - qr(t)}{r(t)}. \tag{7}$$

Dengan menggunakan metode OLS yang meminimumkan jumlah kuadrat galat (ε) pada Persamaan (7), maka

$$\begin{aligned} S &= \sum_{t=1}^{N-1} \varepsilon^2 \\ &= \sum_{t=1}^{N-1}\left(\frac{r(t+\Delta t) - qr(t)}{r(t)}\right)^2 \\ &= \sum_{t=1}^{N-1}\frac{\left(r(t+\Delta t)\right)^2 - 2qr(t)r(t+\Delta t) + q^2\left(r(t)\right)^2}{\left(r(t)\right)^2} \end{aligned}$$

$$= \frac{\sum_{t=1}^{N-1}\left(r(t+\Delta t)\right)^2 - 2\sum_{t=1}^{N-1} qr(t)r(t+\Delta t) + \sum_{t=1}^{N-1} q^2\left(r(t)\right)^2}{\sum_{t=1}^{N-1}\left(r(t)\right)^2}.$$

Kemudian ditentukan nilai $\hat{q}$ dengan menurunkan persamaan S terhadap q, sehingga diperoleh:

$$\frac{dS}{d\hat{q}} = \frac{-2\sum_{t=1}^{N-1} r(t)r(t+\Delta t) + 2\sum_{t=1}^{N-1} \hat{q}\left(r(t)\right)^2}{\sum_{t=1}^{N-1}\left(r(t)\right)^2} = 0$$

$$\frac{2\sum_{t=1}^{N-1} \hat{q}\left(r(t)\right)^2}{\sum_{t=1}^{N-1}\left(r(t)\right)^2} = \frac{2\sum_{t=1}^{N-1} r(t)r(t+\Delta t)}{\sum_{t=1}^{N-1}\left(r(t)\right)^2}$$

$$\hat{q} = \frac{\sum_{t=1}^{N-1} r(t)r(t+\Delta t)}{\sum_{t=1}^{N-1}\left(r(t)\right)^2}. \tag{8}$$

Selanjutnya, ditunjukan bahwa $\hat{q}$ sedemikian sehingga $\frac{dS}{d\hat{q}} = 0$ adalah nilai q yang meminimumkan fungsi $S = \sum_{t=1}^{N-1} \varepsilon^2$ dengan menggunakan turunan kedua.

$$\frac{d^2S}{d\hat{q}^2} = \frac{2\sum_{t=1}^{N-1}\left(r(t)\right)^2}{\sum_{t=1}^{N-1}\left(r(t)\right)^2}$$

$$= 2 > 0.$$

Karena $\frac{d^2S}{d\hat{q}^2} > 0$, maka $\hat{q}$ sedemikian sehingga $\frac{\partial S}{\partial \hat{q}} = 0$ adalah nilai q yang meminimumkan fungsi $S = \sum_{t=1}^{N-1} \varepsilon^2$. Kemudian untuk memperoleh nilai parameter model Rendleman-Bartter, substitusikan nilai $\hat{q}$ pada Persamaan (8) ke Persamaan (6), sehingga

$$\hat{a} = \frac{\hat{q} - 1}{\Delta t},$$

dan $\hat{\sigma}$ adalah simpangan baku dari residual yaitu

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{N-1} \varepsilon^2}{N-2}} = \sqrt{\frac{1}{N-2}\sum_{t=1}^{N-1}\left(\frac{r(t+\Delta t) - \hat{q}r(t)}{r(t)}\right)^2}.$$

Persamaan diferensial stokastik memiliki solusi pada interval waktu $[0, T]$ diskretisasi waktu $\tau(\Delta t)$ yang memenuhi

$$0 = \tau(0) < \tau(1) < \cdots < \tau(t) < \cdots < \tau(N) = T,$$

dengan jarak antar titik yang sama sebesar $\Delta t = \frac{T}{N}$. Dalam penelitian ini, digunakan data rata-rata tahunan BI-*Rate* dari Januari 2017 hingga Desember 2024, sehingga membentuk interval waktu $[0,8]$, $N = 8$ dan $\Delta t = 1$. Persamaan model Rendleman-Bartter dapat didiskretisasi menggunakan metode Euler-Maruyama dan Proses Wiener dengan hasil sebagai berikut:

$$\Delta r(t) = ar(t)\Delta t + \sigma r(t)\Delta W(t)$$

$$r(t+1) - r(t) = ar(t)\Delta t + \sigma r(t)\Delta W(t)$$

$$r(t+1) = r(t) + ar(t) + \sigma r(t)\Delta W(t).$$

4.2 Pemodelan Tingkat Bunga BI-*Rate* Menggunakan Model Rendleman-Bartter

Pada penelitian ini, data tingkat bunga yang digunakan untuk melakukan pendugaan parameter model Rendleman-Bartter adalah data bulanan BI-*Rate* yang dikonversi tahunan. Periode data yang digunakan mencakup data bulan Januari 2017 hingga Desember 2024 yang tersedia pada Lampiran 1. Data tingkat bunga periode Januari 2017 hingga Desember 2017 dikonversi tahunan dengan metode berikut.

Jan 2017	Feb 2017	Mar 2018	…	Des 2017
i_1	i_2	i_3	…	i_{12}

$$i = (1 + i_1)^{\frac{1}{12}} (1 + i_2)^{\frac{1}{12}} \ldots (1 + i_{12})^{\frac{1}{12}} - 1.$$

Proses ini diterapkan berulang untuk mendapatkan data tingkat bunga tahunan pada periode-periode berikutnya, sehingga diperoleh hasil berikut.

Tabel 2 Data tingkat bunga tahunan BI-*Rate*

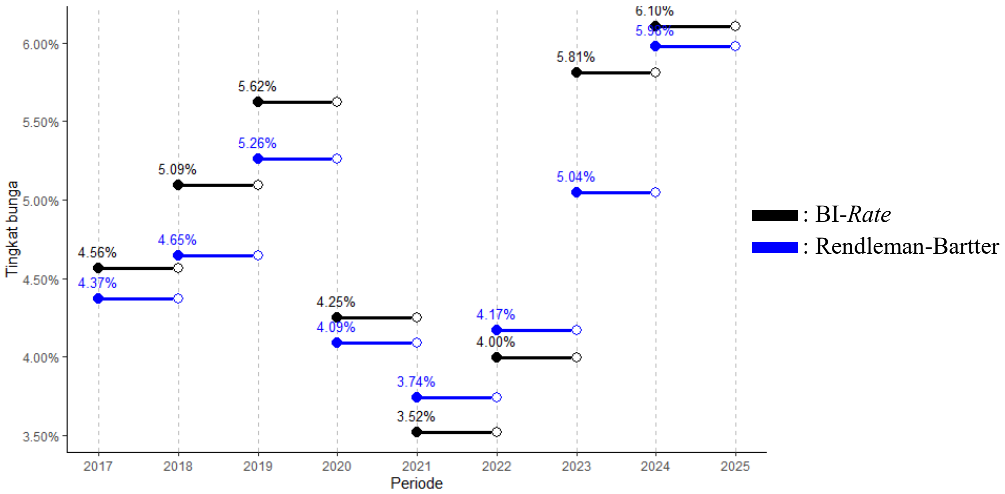
Periode	i (%)
Januari 2017–Desember 2017	4,56
Januari 2018–Desember 2018	5,09
Januari 2019–Desember 2019	5,62
Januari 2020–Desember 2020	4,25
Januari 2021–Desember 2021	3,52
Januari 2022–Desember 2022	4,00
Januari 2023–Desember 2023	5,81
Januari 2024–Desember 2024	6,10

Selanjutnya dilakukan estimasi parameter dari model Rendleman-Bartter menggunakan data yang terdapat pada Tabel 2 dengan metode OLS. Berdasarkan perhitungan menggunakan *RStudio*, diperoleh hasil dugaan parameter sebesar $\hat{a} = 0{,}0022695$ dan $\hat{\sigma} = 0{,}0353085$. Kode R terkait estimasi ini terdapat pada Lampiran 2. Selanjutnya, simulasi model Rendleman-Bartter dilaksanakan dengan inisiasi tingkat bunga sebesar 4,75%, yang didasarkan pada data historis tingkat bunga bulan Januari 2017. Simulasi ini bertujuan untuk membandingkan hasil simulasi dengan data historis BI-*Rate*. Hasil simulasi tingkat bunga bulanan model Rendleman-Bartter terlampir pada Lampiran 3 serta data tingkat bunga yang telah dikonversi tahunan dapat dilihat pada tabel berikut.

Tabel 3 Data tingkat bunga tahunan model Rendleman-Bartter

Periode	*i* (%)
Januari 2017–Desember 2017	4,37
Januari 2018–Desember 2018	4,65
Januari 2019–Desember 2019	5,26
Januari 2020–Desember 2020	4,09
Januari 2021–Desember 2021	3,74
Januari 2022–Desember 2022	4,17
Januari 2023–Desember 2023	5,04
Januari 2024–Desember 2024	5,98

Data tingkat bunga tahunan BI-*Rate* yang tercantum pada Tabel 2 dan data tingkat bunga tahunan model Rendleman-Bartter yang tercantum pada Tabel 3 terlihat memiliki pola fluktuasi yang hampir sama. Untuk memudahkan pengamatan, dapat dilihat grafik kedua data pada Gambar 3.



Gambar 3 Grafik data BI-*Rate* dengan model Rendleman-Bartter

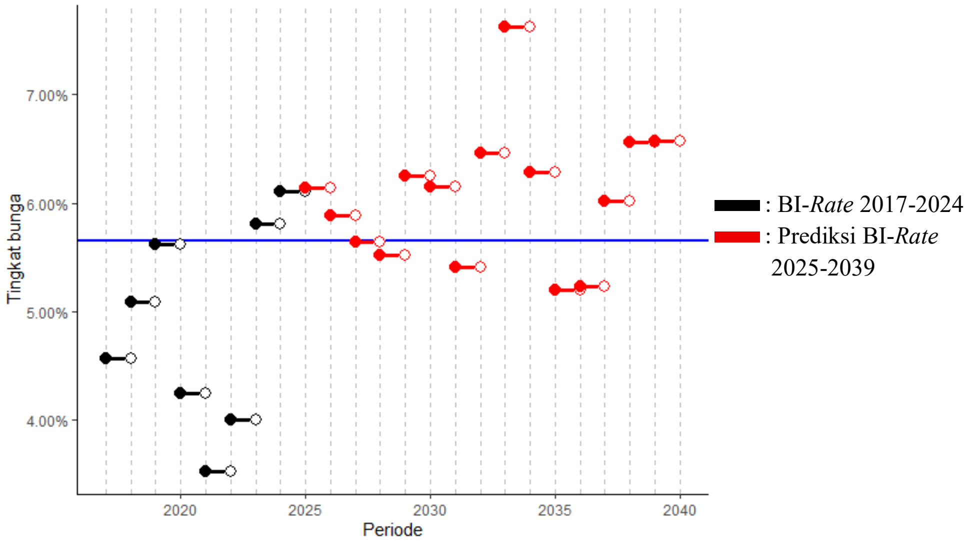
Gambar 3 menunjukkan bahwa hasil simulasi tingkat bunga model Rendleman-Bartter mengikuti pola pergerakan data tingkat bunga tahunan BI-*Rate*. Untuk mengukur tingkat akurasi model Rendleman-Bartter, selanjutnya dilakukan perhitungan nilai MAPE. Berdasarkan perhitungan menggunakan program *RStudio*, diperoleh nilai MAPE sebesar 7,29%. Sesuai dengan penjelasan pada Tabel 1 bahwa nilai MAPE yang bernilai kurang dari 10% menunjukkan bahwa model Rendleman-Bartter sangat akurat dalam memodelkan tingkat bunga BI-*Rate*. Rincian perhitungan MAPE juga tersedia pada Lampiran 2.

Selanjutnya, dilakukan simulasi untuk memperkirakan tingkat bunga dalam 15 tahun ke depan menggunakan model Rendleman-Bartter pada *RStudio*. Dalam simulasi ini nilai awal tingkat bunga diasumsikan sebesar 6,00% sesuai dengan tingkat bunga terakhir, tepatnya tingkat bunga bulan Desember 2024.

Tabel 4 Hasil peramalan BI-*Rate* menggunakan model Rendleman-Bartter tahun 2025-2039

Periode	*i* (%)
Januari 2025–Desember 2025	6,14
Januari 2026–Desember 2026	5,88
Januari 2027–Desember 2027	5,64
Januari 2028–Desember 2028	5,52
Januari 2029–Desember 2029	6,26
Januari 2030–Desember 2030	6,15
Januari 2031–Desember 2031	5,41
Januari 2032–Desember 2032	6,46
Januari 2033–Desember 2033	7,62
Januari 2034–Desember 2034	6,28
Januari 2035–Desember 2035	5,19
Januari 2036–Desember 2036	5,24
Januari 2037–Desember 2037	6,02
Januari 2038–Desember 2038	6,56
Januari 2039–Desember 2039	6,57

Hasil peramalan pada Tabel 4 merupakan hasil konversi data tingkat bunga BI-*Rate* bulanan menjadi tingkat bunga BI-*Rate* tahunan, untuk data tingkat bunga bulanan secara lengkap tersedia pada Lampiran 4. Berdasarkan Tabel 4 dapat dilihat bahwa hasil prediksi tingkat bunga BI-*Rate* menggunakan model Rendleman-Bartter untuk periode 2025-2039 menunjukkan nilai yang cukup fluktuatif.



Gambar 4 Grafik hasil pendugaan tingkat bunga BI-*Rate* periode 2025-2039

Hasil pendugaan tingkat bunga tahunan untuk 15 periode ke depan ditampilkan pada Gambar 4. Pola grafik juga menunjukkan bahwa tingkat bunga model Rendleman-Bartter bersifat *mean reversion* yaitu kembali ke tingkat rata-rata yang ditunjukkan dengan garis biru pada grafik. Data tersebut menjadi dasar untuk menghitung premi tahunan dengan jangka waktu 10 tahun dan pembayaran manfaat anuitas *reversionary* selama 15 tahun, yang dibahas pada subbab berikutnya.

4.3 Simulasi Monte Carlo untuk Tingkat Bunga Model Rendleman-Bartter

Dalam penelitian ini, simulasi Monte Carlo diterapkan untuk memproyeksikan lintasan tingkat bunga model Rendleman-Bartter, yang kemudian digunakan untuk menghitung premi tahunan anuitas *reversionary* dengan akurasi yang lebih komprehensif. Metode ini dijalankan sebanyak 10.000 kali untuk mendapatkan hasil premi rata-rata. Berikut algoritma yang digunakan dalam penelitian ini untuk menghitung premi tahunan anuitas reversionary melalui simulasi Monte Carlo.

1. Pendefinisian parameter model Rendleman-Bartter yang telah diduga sebelumnya, yaitu $\hat{a} = 0{,}0022695$ dan $\hat{\sigma} = 0{,}0353085$. Serta penentuan tingkat bunga awal $(r(0))$ sebesar 6,00% sesuai dengan tingkat bunga pada bulan Desember 2024.
2. Pembangkitan Lintasan Tingkat Bunga:
   a. Pengulangan sebanyak 10.000 iterasi.
   b. Pada setiap iterasi, sebuah lintasan tingkat bunga bulanan dibangkitkan selama 15 tahun ke depan menggunakan model Rendleman-Bartter yang telah didiskretisasi. Persamaan yang digunakan adalah
   $$r(t + \Delta t) = r(t)[1 + a\Delta t] + \sigma r(t)\Delta W(t)$$
   c. Peubah acak $\Delta W(t)$ dibangkitkan dari sebaran normal baku dengan nilai harapan 0 dan ragam Δt.
3. Perhitungan Premi Tahunan:
   a. Konversi setiap lintasan tingkat bunga bulanan yang telah dibangkitkan menjadi tingkat bunga tahunan.
   b. Untuk setiap lintasan, premi tahunan anuitas *reversionary* dihitung untuk ketiga produk yang diteliti (produk 1, 2, dan 3).
4. Nilai rata-rata premi dihitung dari hasil rata-rata 10.000 iterasi. Nilai rata-rata inilah yang menjadi premi akhir yang dihasilkan oleh metode simulasi Monte Carlo.

4.4 Penentuan Premi Bersih Tahunan Anuitas *Reversionary* Menggunakan Data TMPI 2023

Pada subbab ini, premi tahunan dihitung dengan menggunakan data TMPI 2023 yang tersedia pada Lampiran 5. Perhitungan premi tahunan berjangka 10 tahun untuk produk anuitas *reversionary* dengan manfaat yang dibayarkan selama 15 tahun, menggunakan hasil simulasi tingkat bunga Rendleman-Bartter dari subbab 4.2. Dalam perhitungan, faktor nilai sekarang $\big(v(t)\big)$ untuk pembayaran pada tahun ke-t adalah

$$v(t) = \big(1 + i(1)\big)^{-1}\big(1 + i(2)\big)^{-1} \dots \big(1 + i(t)\big)^{-1}.$$

Pada karya ilmiah ini, diasumsikan bahwa tingkat bunga $i(t)$ konstan pada interval $[t - 1, t)$ dengan $t = 1,2,3, \dots$. Dengan demikian, faktor nilai sekarang $(v(10))$ untuk premi tahunan berjangka sepuluh tahun dapat ditulis menjadi:

$$v(10) = \big(1 + i(1)\big)^{-1}\big(1 + i(2)\big)^{-1} \dots \big(1 + i(10)\big)^{-1}.$$

Selain itu, perhitungan premi tahunan juga menggunakan tingkat bunga konstan dengan faktor nilai sekarang $v^t = (1+i)^{-t}$, serta metode simulasi Monte Carlo yang menggunakan 10.000 pengulangan tingkat bunga model Rendleman-Bartter.

Manfaat anuitas *reversionary* sebesar Rp48.000.000,00 per tahun akan dibayarkan setiap akhir tahun setelah kematian pihak tertanggung pertama, sesuai dengan spesifikasi masing-masing produk. Penelitian ini mempertimbangkan tiga variasi produk berdasarkan penerima manfaat:

- Produk 1: istri sebagai penerima manfaat saat terjadi kematian suami, dengan syarat dibayarkannya manfaat adalah istri masih hidup saat suami meninggal.
- Produk 2: suami sebagai penerima manfaat saat terjadi kematian istri, dengan syarat dibayarkannya manfaat adalah suami masih hidup saat istri meninggal.
- Produk 3: status *joint life* dengan penerima manfaat adalah tertanggung yang bertahan hidup ketika terjadi kematian salah satu tertanggung, dengan syarat dibayarkannya manfaat adalah minimal satu tertanggung masih hidup.

Pada penelitian ini premi tahunan diterapkan bagi pasangan suami istri dengan kombinasi usia masuk berikut:

- Suami berusia 25 tahun dan istri berusia 22 tahun.
- Suami berusia 27 tahun dan istri berusia 24 tahun.
- Suami berusia 29 tahun dan istri berusia 26 tahun.

4.4.1 Penentuan Premi Tahunan Anuitas *Reversionary* Produk 1

Perhitungan premi bersih tahunan asuransi jiwa berjangka 10 tahun untuk produk 1, di mana istri (y) menjadi penerima manfaat setelah suami (x) meninggal. Premi dihitung menggunakan tingkat bunga konstan (P_1) dan tingkat bunga model Rendleman-Bartter $({}^*P_1)$, serta pembayaran manfaat yang akan dibayarkan kepada istri setelah suami meninggal dunia sebesar B. Berikut dijabarkan rumus perhitungan premi bersih tahunan menggunakan tingkat bunga konstan:

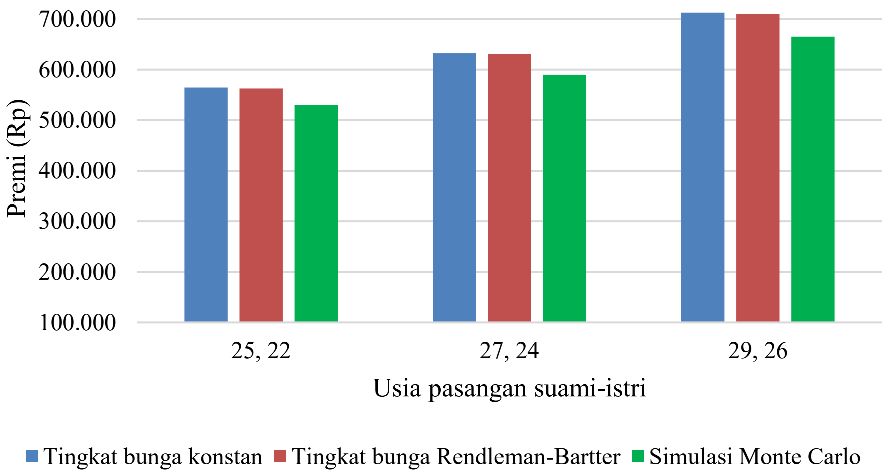
$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{a_{x|y:\overline{15|}}}{\ddot{a}_{xy:\overline{10|}}} B \\ &= \frac{a_{y:\overline{15|}} - a_{xy:\overline{15|}}}{\ddot{a}_{xy:\overline{10|}}} B \\ &= \frac{\sum_{k=1}^{15} v^k\,{}_kp_y - \sum_{k=1}^{15} v^k\,{}_kp_{xy}}{\sum_{k=0}^{9} v^k\,{}_kp_{xy}} B. \end{aligned}$$

Serta berikut rumus perhitungan premi bersih tahunan menggunakan tingkat bunga model Rendleman-Bartter:

$$\begin{aligned} {}^*P_1 &= \frac{{}^*a_{x|y:\overline{15|}}}{{}^*\ddot{a}_{xy:\overline{10|}}} B \\ &= \frac{{}^*a_{y:\overline{15|}} - {}^*a_{xy:\overline{15|}}}{{}^*\ddot{a}_{xy:\overline{10|}}} B \end{aligned}$$

$$= \frac{\sum_{k=1}^{15} v(k)\,{}_kp_y - \sum_{k=1}^{15} v(k)\,{}_kp_{xy}}{\sum_{k=0}^{9} v(k)\,{}_kp_{xy}} B.$$

Produk ini dirancang untuk memberikan santunan sebesar Rp48.000.000,00 yang akan dibayarkan kepada istri setiap akhir tahun selama 15 tahun setelah kematian suami. Pada perhitungan premi menggunakan metode simulasi Monte Carlo, tingkat bunga model Rendleman-Bartter disimulasikan sebanyak 10.000 kali untuk kemudian dihitung premi rata-ratanya. Perhitungan premi tahunan ini didasarkan pada asumsi yang telah dijabarkan sebelumnya dalam subbab ini dan dilakukan menggunakan aplikasi *RStudio*, dengan detail kode perhitungan premi tersedia dalam Lampiran 6.



Gambar 5 *Barchart* nilai premi tahunan asuransi jiwa berjangka sepuluh tahun dengan anuitas *reversionary* untuk produk 1

Gambar 5 menunjukkan bahwa premi tahunan untuk produk 1 berkisar antara Rp530.148,00 hingga Rp712.691,00. Teramati bahwa nilai premi ini meningkat seiring dengan bertambahnya usia pasangan suami istri saat pembelian polis. Kenaikan premi seiring usia ini disebabkan oleh penurunan harapan hidup yang umumnya berkorelasi dengan peningkatan usia, sehingga meningkatkan risiko bagi penyedia asuransi dan premi yang dibebankan menjadi lebih tinggi. Grafik juga menyoroti perbedaan antara metode tingkat bunga yang digunakan. Premi dengan tingkat bunga konstan (6,00%) lebih tinggi dibandingkan dengan tingkat bunga model Rendleman-Bartter (rata-rata 6,14%). Hal ini disebabkan perbedaan rata-rata tingkat bunga yang menyebabkan faktor diskon pada tingkat bunga konstan menjadi lebih kecil, sehingga menghasilkan premi yang lebih tinggi. Sebaliknya, premi dari simulasi Monte Carlo cenderung paling rendah. Ini karena metode ini secara komprehensif memperhitungkan spektrum risiko dan variabilitas tingkat bunga, menangkap skenario yang menghasilkan faktor diskon rata-rata lebih besar (nilai kini manfaat lebih kecil), sehingga premi yang dihasilkan menjadi lebih rendah.

4.4.2 Penentuan Premi Tahunan Anuitas *Reversionary* Produk 2

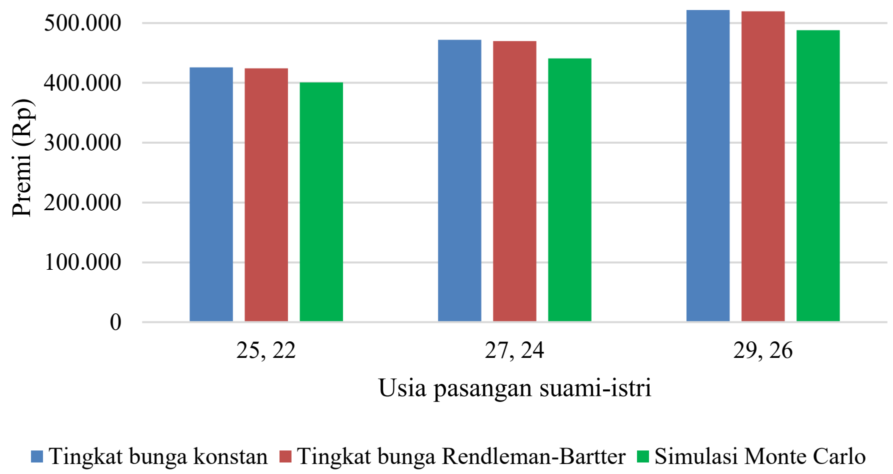
Perhitungan premi tahunan asuransi jiwa berjangka 10 tahun untuk produk 2, di mana suami (x) menjadi penerima manfaat setelah istri (y) meninggal. Premi dihitung menggunakan tingkat bunga konstan (P_2) dan tingkat bunga model Rendleman-Bartter $({}^{*}P_2)$, serta pembayaran manfaat yang akan dibayarkan kepada suami setelah istri meninggal dunia sebesar B. Berikut dijabarkan rumus perhitungan premi menggunakan tingkat bunga konstan:

$$\begin{aligned} P_2 &= \frac{a_{y|x:\overline{10|}}}{\ddot{a}_{xy:\overline{10|}}} B \\ &= \frac{a_{x:\overline{10|}} - a_{xy:\overline{10|}}}{\ddot{a}_{xy:\overline{10|}}} B \\ &= \frac{\sum_{k=1}^{10} v^k\,{}_kp_x - \sum_{k=1}^{10} v^k\,{}_kp_{xy}}{\sum_{k=0}^{9} v^k\,{}_kp_{xy}} B. \end{aligned}$$

Serta berikut rumus perhitungan premi menggunakan tingkat bunga Rendleman-Bartter:

$$\begin{aligned} {}^{*}P_2 &= \frac{{}^{*}a_{y|x:\overline{15|}}}{{}^{*}\ddot{a}_{xy:\overline{10|}}} B \\ &= \frac{{}^{*}a_{x:\overline{15|}} - {}^{*}a_{xy:\overline{15|}}}{{}^{*}\ddot{a}_{xy:\overline{10|}}} B \\ &= \frac{\sum_{k=1}^{15} v(k)\,{}_kp_x - \sum_{k=1}^{15} v(k)\,{}_kp_{xy}}{\sum_{k=0}^{9} v(k)\,{}_kp_{xy}} B. \end{aligned}$$

Produk ini dirancang untuk memberikan santunan sebesar Rp48.000.000,00 yang akan dibayarkan kepada suami setiap akhir tahun selama 15 tahun setelah kematian istri. Pada perhitungan premi menggunakan metode simulasi Monte Carlo, tingkat bunga model Rendleman-Bartter disimulasikan sebanyak 10.000 kali untuk kemudian dihitung premi rata-ratanya. Perhitungan premi tahunan ini didasarkan pada asumsi yang telah dijabarkan sebelumnya dalam subbab ini dan dilakukan menggunakan aplikasi *RStudio*, dengan detail kode perhitungan premi tersedia dalam Lampiran 6.



Gambar 6 *Barchart* nilai premi tahunan asuransi jiwa berjangka sepuluh tahun dengan anuitas *reversionary* untuk produk 2

Gambar 6 menunjukkan bahwa premi tahunan untuk produk 2 berkisar antara Rp400.213,00 hingga Rp521.670,00. Sama seperti produk 1, nilai premi ini juga meningkat seiring dengan bertambahnya usia pasangan suami istri saat pembelian polis. Penjelasan untuk kenaikan premi ini konsisten dengan produk sebelumnya. Harapan hidup yang menurun seiring usia meningkatkan risiko bagi penyedia asuransi, berujung pada premi yang lebih tinggi. Pola perbedaan premi antar jenis tingkat bunga juga serupa. Premi dengan tingkat bunga konstan (6,00%) lebih tinggi dibandingkan dengan tingkat bunga model Rendleman-Bartter (rata-rata 6,14%), karena faktor diskon yang lebih kecil pada tingkat bunga konstan. Sementara itu, premi dari simulasi Monte Carlo cenderung paling rendah, mencerminkan kemampuannya dalam memperhitungkan variabilitas tingkat bunga secara komprehensif, yang menghasilkan faktor diskon rata-rata lebih besar dan premi yang lebih efisien.

4.4.3 Penentuan Premi Tahunan Anuitas *Reversionary* Produk 3

Perhitungan premi tahunan asuransi jiwa berjangka 10 tahun untuk produk 3, di mana pihak yang bertahan hidup menjadi penerima manfaat setelah kematian salah satu pihak. Premi dihitung menggunakan tingkat bunga konstan (P_3) dan tingkat bunga model Rendleman-Bartter (${}^*P_3$), serta pembayaran manfaat yang akan dibayarkan pihak yang bertahan hidup setelah kematian salah satu pihak adalah sebesar B. Berikut dijabarkan rumus perhitungan premi menggunakan tingkat bunga konstan:

$$\begin{aligned} P_3 &= \frac{a_{xy|\overline{xy}:\overline{15}|}}{\ddot{a}_{xy:\overline{10}|}} B \\ &= \frac{a_{\overline{xy}:\overline{15}|} - a_{xy:\overline{15}|}}{\ddot{a}_{xy:\overline{10}|}} B \end{aligned}$$

$$= \frac{\sum_{k=1}^{15} v^k ({}_kp_x + {}_kp_y - {}_kp_{xy}) - \sum_{k=1}^{15} v^k {}_kp_{xy}}{\sum_{k=0}^{9} v^k {}_kp_{xy}} B$$

$$= \frac{\sum_{k=1}^{15} v^k {}_kp_x - \sum_{k=1}^{15} v^k {}_kp_{xy}}{\sum_{k=0}^{9} v^k {}_kp_{xy}} B + \frac{\sum_{k=1}^{15} v^k {}_kp_y - \sum_{k=1}^{15} v^k {}_kp_{xy}}{\sum_{k=0}^{9} v^k {}_kp_{xy}} B$$

$$= P_1 + P_2.$$

Serta berikut rumus perhitungan premi menggunakan tingkat bunga Rendleman-Bartter:

$$^*P_3 = \frac{^*a_{xy|\overline{xy}:\overline{15|}}}{^*\ddot{a}_{xy:\overline{10|}}} B$$

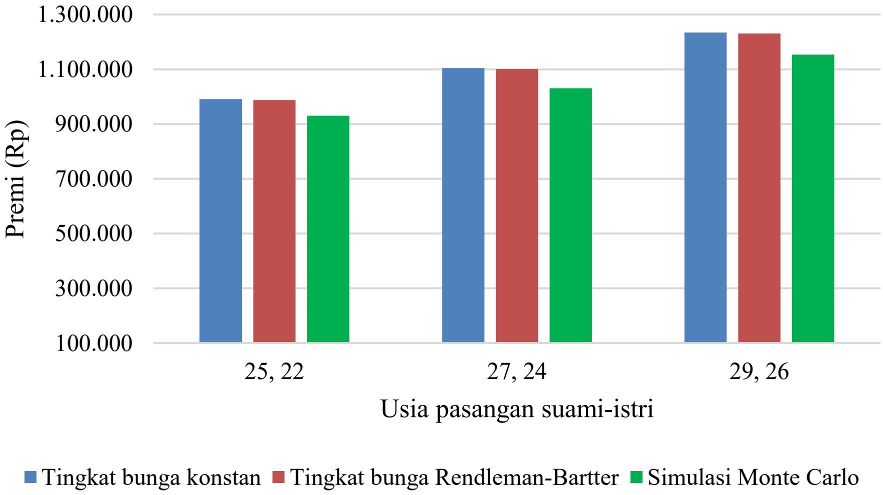
$$= \frac{^*a_{\overline{xy}:\overline{15|}} - {}^*a_{xy:\overline{15|}}}{^*\ddot{a}_{xy:\overline{10|}}} B$$

$$= \frac{\sum_{k=1}^{15} v(k)({}_kp_x + {}_kp_y - {}_kp_{xy}) - \sum_{k=1}^{15} v(k){}_kp_{xy}}{\sum_{k=0}^{9} v(k){}_kp_{xy}} B$$

$$= \frac{\sum_{k=1}^{15} v(k){}_kp_x - \sum_{k=1}^{15} v(k){}_kp_{xy}}{\sum_{k=0}^{9} v(k){}_kp_{xy}} B + \frac{\sum_{k=1}^{15} v(k){}_kp_y - \sum_{k=1}^{15} v(k){}_kp_{xy}}{\sum_{k=0}^{9} v(k){}_kp_{xy}} B$$

$$= {}^*P_1 + {}^*P_2.$$

Produk ini dirancang untuk memberikan santunan sebesar Rp 48.000.000,00 yang akan dibayarkan kepada pihak yang bertahan hidup setiap akhir tahun selama 15 tahun setelah kematian salah satu pihak. Pada perhitungan premi menggunakan metode simulasi Monte Carlo, tingkat bunga model Rendleman-Bartter disimulasikan sebanyak 10.000 kali untuk kemudian dihitung premi rata-ratanya. Perhitungan premi tahunan ini didasarkan pada asumsi yang telah dijabarkan sebelumnya dalam subbab ini dan dilakukan menggunakan aplikasi *RStudio*, dengan detail kode perhitungan premi tersedia dalam Lampiran 6.

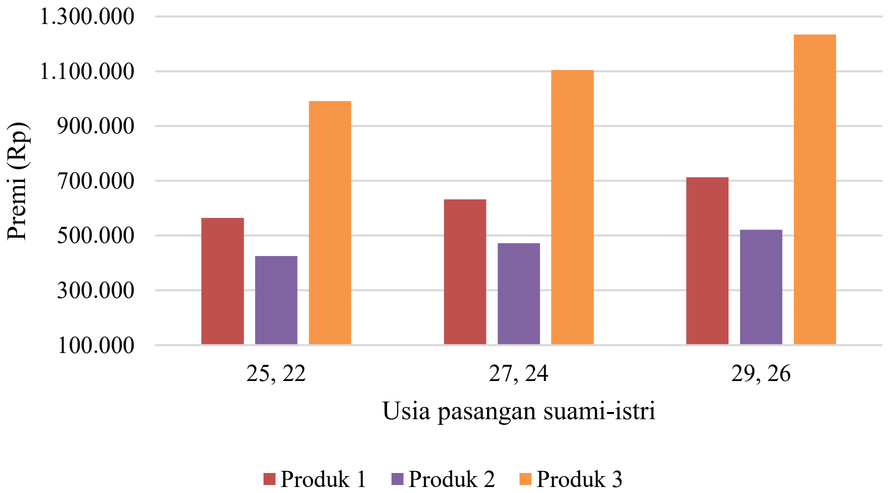


Gambar 7 *Barchart* nilai premi tahunan asuransi jiwa berjangka sepuluh tahun dengan anuitas *reversionary* untuk produk 3

Gambar 7 menunjukkan bahwa premi tahunan untuk produk 3 berkisar antara Rp930.361,00 hingga Rp1.234.361,00. Konsisten dengan produk sebelumnya, nilai premi ini juga meningkat seiring dengan bertambahnya usia pasangan suami istri saat pembelian polis. Kenaikan premi seiring usia ini dijelaskan oleh penurunan harapan hidup, yang meningkatkan risiko bagi penyedia asuransi dan menyebabkan premi yang lebih tinggi. Adapun perbedaan premi antar jenis tingkat bunga mengikuti pola yang sama. Premi dengan tingkat bunga konstan (6,00%) lebih tinggi dibandingkan dengan tingkat bunga model Rendleman-Bartter (rata-rata 6,14%), karena faktor diskon yang lebih kecil pada tingkat bunga konstan. Dan seperti pada produk 1 dan 2, premi dari simulasi Monte Carlo cenderung paling rendah. Hal ini dikarenakan Monte Carlo mampu menangkap skenario tingkat bunga yang lebih luas, sehingga menghasilkan faktor diskon rata-rata yang lebih besar (nilai kini manfaat lebih kecil) dan premi yang lebih rendah.

4.5 Perbandingan Premi Bersih Tahunan Semua Produk

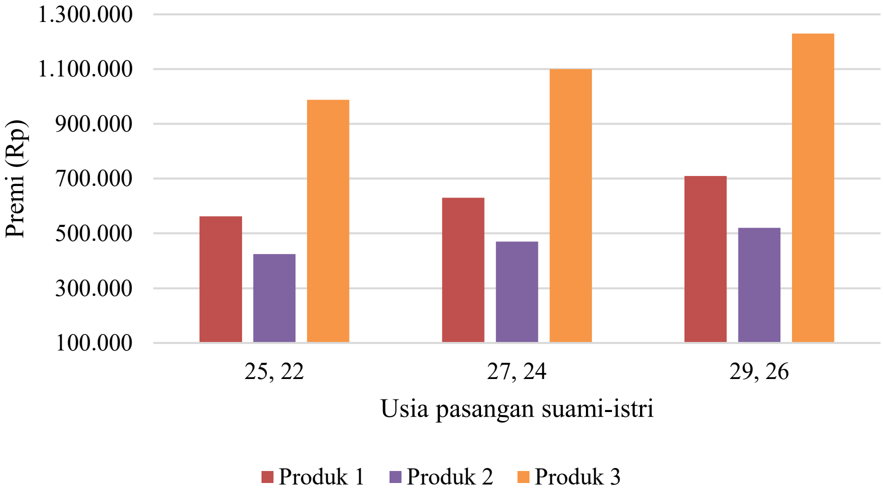
Besaran premi tahunan anuitas *reversionary* bervariasi signifikan antar produk, bergantung sepenuhnya pada pihak penerima manfaat. Subbab ini menganalisis perbedaan premi di antara ketiga produk yang telah dihitung pada subbab sebelumnya.



Gambar 8 *Barchart* hasil perhitungan premi tahunan ketiga produk dengan tingkat bunga konstan

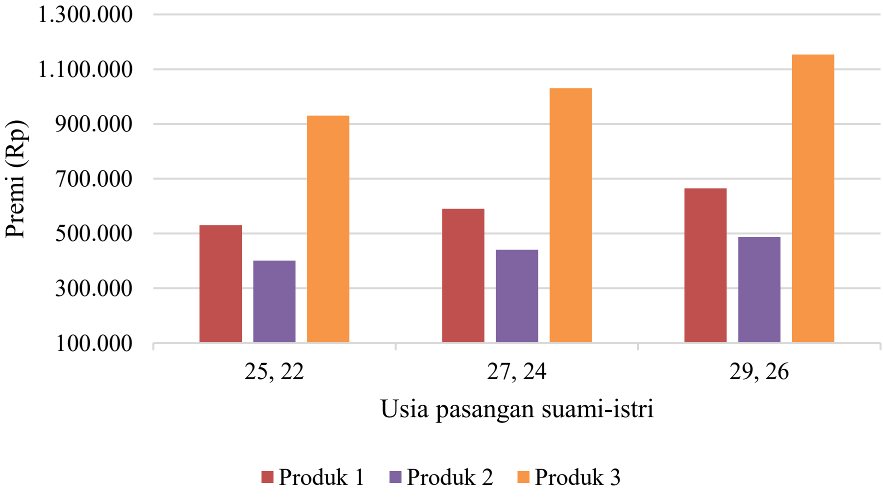
Hasil premi tahunan anuitas *reversionary* yang menggunakan tingkat bunga konstan 6,00% ditampilkan pada Gambar 8. Premi untuk produk 1 (istri sebagai penerima manfaat setelah suami meninggal) berkisar antara Rp564.813,00 hingga Rp712.691,00. Untuk produk 2 (suami sebagai penerima manfaat setelah istri meninggal), premi berada di kisaran Rp426.108,00 hingga Rp521.670,00. Sementara itu, produk 3 (pihak yang bertahan hidup sebagai penerima manfaat setelah salah satu pihak meninggal) menunjukkan premi tertinggi, yaitu antara Rp990.921,00 hingga

Rp1.234.361,00. Terlihat bahwa premi produk 3 merupakan penjumlahan dari premi produk 1 dan produk 2.



Gambar 9 *Barchart* hasil perhitungan premi tahunan ketiga produk dengan tingkat bunga model Rendleman-Bartter

Gambar 9 menyajikan hasil premi tahunan anuitas *reversionary* yang dihitung menggunakan tingkat bunga model Rendleman-Bartter yang telah dibangkitkan. Premi produk 1 berkisar antara Rp562.795,00 hingga Rp710.101,00. Premi produk 2 berada di kisaran Rp424.601,00 hingga Rp519.829,00. Sedangkan premi produk 3 berkisar antara Rp987.396,00 hingga Rp1.229.930,00. Sama seperti pada tingkat bunga konstan, premi produk 3 juga merupakan akumulasi dari premi produk 1 dan produk 2.



Gambar 10 *Barchart* hasil perhitungan premi tahunan ketiga produk dengan simulasi Monte Carlo

Gambar 10 menampilkan hasil premi tahunan anuitas *reversionary* yang dihitung menggunakan tingkat bunga model Rendleman-Bartter yang disimulasikan melalui metode Monte Carlo dengan 10.000 iterasi. Premi produk 1 berkisar antara

Rp530.148,00 hingga Rp665.382,00. Premi produk 2 berada di kisaran Rp400.213,00 hingga Rp487.860,00. Sementara itu, premi produk 3 berkisar antara Rp930.361,00 hingga Rp1.153.242,00. Konsisten dengan metode lain, premi produk 3 juga merupakan penjumlahan dari premi produk 1 dan produk 2.

Berdasarkan *barchart* pada Gambar 7-9, dapat disimpulkan bahwa produk 3 secara konsisten menghasilkan premi tahunan anuitas *reversionary* tertinggi di antara ketiga metode tingkat bunga. Ini karena manfaat pada produk 3 dibayarkan jika salah satu dari dua pihak meninggal dan setidaknya satu masih hidup, yang secara signifikan meningkatkan probabilitas pembayaran klaim oleh perusahaan asuransi. Sebaliknya, produk 1 dan produk 2 memiliki premi lebih rendah karena adanya peluang untuk calon penerima manfaat gagal menerima manfaat karena penerima manfaat meninggal terlebih dulu. Di antara produk 1 dan produk 2, produk 2 memiliki premi yang paling rendah. Hal ini disebabkan oleh perbedaan mortalitas jenis kelamin; berdasarkan TMPI 2023, laki-laki (suami) memiliki peluang bertahan hidup yang lebih rendah dibanding perempuan (istri). Akibatnya, risiko klaim pada produk 1 (klaim dipicu kematian suami dan manfaat diterima istri) lebih tinggi dibanding produk 2 (klaim dipicu kematian istri dan manfaat diterima suami), sehingga premi produk 1 ditetapkan lebih tinggi.

Secara keseluruhan, penelitian ini menegaskan bahwa hasil perhitungan premi tahunan anuitas *reversionary* untuk produk 3 selalu memiliki premi tertinggi. Selain itu, perhitungan premi dengan tingkat bunga model Rendleman-Bartter secara konsisten menghasilkan nilai yang lebih rendah dibandingkan dengan tingkat bunga konstan, sebuah tren yang jelas terlihat pada seluruh hasil yang disajikan.

4.6 Perbandingan Premi Bersih Tahunan Anuitas *Reversionary* Menggunakan Data TMPI 2023 dan Tabel *Select and Ultimate*

Pada subbab ini, dibandingkan besar premi tahunan anuitas *reversionary* yang dihitung menggunakan dua tabel data, yaitu TMPI 2023 yang merepresentasikan data empiris mortalitas penduduk Indonesia, serta tabel *select and ultimate* yang membedakan antara individu yang baru memasuki kepesertaan asuransi (*select period*) dan individu yang telah melewati periode seleksi (*ultimate period*). Tabel *select and ultimate* memperhitungkan efek seleksi, sehingga individu yang baru masuk akan memiliki risiko kematian yang lebih rendah dibandingkan populasi umum yang tidak diseleksi. Periode seleksi (d) dilakukan selama 5 tahun dengan perhitungan berikut berlaku untuk semua usia (x) baik untuk laki-laki, maupun untuk perempuan .

$$\begin{aligned} q_{[x]} &= 0.90 \times q_x, \\ q_{[x]+1} &= 0.92 \times q_{x+1}, \\ q_{[x]+2} &= 0.94 \times q_{x+2}, \\ q_{[x]+3} &= 0.96 \times q_{x+3}, \\ q_{[x]+4} &= 0.98 \times q_{x+4}, \\ q_{[x]+t} &= q_{x+t}, \text{ untuk } t \geq d. \end{aligned}$$

Asumsi di atas menunjukkan bahwa peluang mortalitas cenderung lebih rendah pada awal periode asuransi. Fenomena ini, yang dikenal sebagai efek seleksi atau *underwriting*. Pada umumnya individu yang baru saja melalui proses seleksi (misalnya, pemeriksaan kesehatan atau kuesioner kesehatan) untuk mendapatkan asuransi, secara umum memiliki kondisi kesehatan yang lebih baik dibandingkan dengan populasi umum pada usia yang sama. Untuk mengaplikasikan asumsi tersebut ke dalam perhitungan aktuaria, tabel mortalitas *select and ultimate* digunakan untuk menghitung premi tahunan kemudian dibandingkan dengan hasil premi tahunan menggunakan TMPI 2023 sehingga diperoleh hasil berikut.

Tabel 5 Hasil premi tahunan menggunakan tabel *select and ultimate* pada suami usia 25 dan istri usia 22

Jenis produk	Jenis tingkat bunga	TMPI 2023	Tabel *select & ultimate*	Selisih premi	Persen-tase
Produk 1	Konstan	Rp564.813,00	Rp546.872,00	Rp17.941,00	3,176
	Rendleman -Bartter	Rp562.795,00	Rp544.884,00	Rp17.991,00	3,182
Produk 2	Konstan	Rp426.108,00	Rp412.458,00	Rp13.650,00	3,203
	Rendleman -Bartter	Rp424.601,00	Rp410.973,00	Rp13.628,00	3,210
Produk 3	Konstan	Rp990.921,00	Rp959.330,00	Rp31.591,00	3,188
	Rendleman -Bartter	Rp987.396,00	Rp955.857,00	Rp31.539,00	3,194

Pada Tabel 5 menunjukkan secara jelas bahwa premi tahunan untuk pasangan suami berusai 25 tahun dan istri berusia 22 tahun yang dihitung menggunakan tabel *select and ultimate* bernilai lebih rendah dibandingkan dengan premi yang dihitung menggunakan TMPI 2023. Hal ini sesuai dengan teori aktuaria, yang menyatakan bahwa individu yang baru memasuki kepesertaan asuransi berada dalam periode seleksi di mana mereka memiliki risiko kematian yang secara signifikan lebih kecil. Kondisi kesehatan yang lebih baik ini memungkinkan perusahaan asuransi untuk menawarkan premi yang lebih kompetitif dan lebih rendah.

Perbedaan terbesar terlihat pada produk 2, di mana premi yang dihitung berdasarkan tabel *select and ultimate* 3,2% lebih rendah dibandingkan dengan premi yang dihitung menggunakan TMPI 2023. Untuk hasil premi dari skenario usia pasangan lainnya tersedia pada Lampiran 7 dengan hasil yang menunjukkan pola dan tren serupa.

V SIMPULAN DAN SARAN

5.1 Simpulan

Penelitian ini memodelkan BI-*Rate* menggunakan model Rendleman-Bartter, dengan parameter yang diestimasi menggunakan OLS. Tingkat akurasi model dinilai sangat baik dengan nilai MAPE 7.30%, sehingga model Rendleman-Bartter dinilai efektif untuk memprediksi tingkat bunga BI-*Rate* hingga 15 tahun ke depan.

Produk 1 memberikan manfaat kepada istri jika suami meninggal, produk 2 memberikan manfaat kepada suami jika istri meninggal, sedangkan produk 3 memberikan manfaat kepada pihak yang bertahan hidup dari pasangan tertanggung. Berdasarkan hasil perhitungan premi tahunan anuitas *reversionary*, urutan besaran premi dari yang tertinggi hingga terendah adalah produk 3, kemudian produk 2, dan terakhir produk 1. Perbedaan besaran premi ini dipengaruhi oleh besarnya risiko yang ditanggung masing-masing produk, serta usia tertanggung pada saat pembelian polis. Semakin tua usia suami atau istri, semakin tinggi premi yang harus dibayarkan karena peluang terjadinya klaim menjadi lebih besar.

Terdapat perbedaan besaran premi yang dihasilkan antara penggunaan tingkat bunga konstan, model Rendleman-Bartter, dan simulasi Monte Carlo. Premi yang dihitung dengan tingkat bunga konstan cenderung lebih tinggi dibandingkan dengan model Rendleman-Bartter, karena faktor diskon pada model Rendleman-Bartter relatif lebih kecil. Sementara itu, premi yang dihasilkan melalui simulasi Monte Carlo merupakan yang terendah, karena metode ini mampu memperhitungkan risiko secara lebih akurat melalui pengulangan berbagai lintasan simulasi.

Selain itu, ditemukan perbedaan premi antara penggunaan TMPI 2023 dan tabel *select and ultimate* yang merupakan modifikasi dari TMPI 2023. Premi yang dihitung dengan tabel *select and ultimate* menghasilkan nilai yang lebih rendah. Hal ini disebabkan oleh peluang kematian yang lebih rendah bagi individu dalam periode seleksi, yang pada akhirnya mengurangi besaran premi.

5.2 Saran

Pada penelitian di masa mendatang, disarankan untuk mengeksplorasi perhitungan premi pada jenis produk asuransi jiwa lainnya, seperti asuransi jiwa *last survivor* atau asuransi jiwa *endowment*. Selain itu, variasi jumlah tertanggung juga dapat dikembangkan, misalnya dengan memasukkan skenario asuransi *family plan* yang mencakup tertanggung anak. Guna memperkaya analisis mortalitas, penelitian berikutnya juga dapat menggunakan tabel mortalitas jenis lain, seperti tabel kohor untuk analisis jangka panjang atau tabel ringkas sebagai alternatif data.

DAFTAR PUSTAKA

Bowers NL, Gerber HU, Hickman JC, Jones DA, Nesbitt CJ. 1997. *Actuarial Mathematics*. Ed ke-2. Schaumburg: The Society of Actuaries.

Campolieti G, Makarov RN. 2014. *Financial Mathematics: A Comprehensive Treatment*. Boca Raton: CRC Press.

Cunningham RJ, Herzog TN, London RL. 2012. *Models for Quantifying Risk*. Ed ke-5. Winsted: ACTEX Publications.

Dickson DCM, Hardy MR, Waters HR. 2020. *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks*. Ed ke-3. Cambridge: Cambridge University Press.

Erdian MAF, Purnamasari I, Kristina W. 2018. Penentuan besaran premi asuransi jiwa berjangka dengan model *True Fractional Premiums*. *Jurnal EKSPONENSIAL*. 9(1):19–26. doi: 10.30872/eksponensial.v9i1.271.

Hull JC. 2022. *Options, Future, and Other Derivatives*. Ed ke-11. London: Pearson Education.

Kloeden PE, Platen E. 1992. *Numerical Solution of Stochastic Differential Equations*. Berlin, Heidelberg: Springer.

Lee CF, Chen Y, Lee J. 2016. Alternative methods to derive option pricing models: review and comparison. *Review of Quantitative Finance and Accounting*. 47(2):417–451. doi: 10.1007/s11156-015-0505-5.

Lestari F, Dzakiya A. 2023. Perbandingan estimasi premi asuransi jiwa *joint life* dengan menggunakan asumsi kebebasan mortalita dan metode *Copula*. *Jurnal Matematika Integratif*. 19(2):201–212. doi: 10.24198/jmi.v19.n2.49447.201-212

Lewis CD. 1982. *Industrial and Business Forecasting Methods*. London: Butterworths.

Markonah, Riwayati HE, Kumalasari R. 2023. The effect of premium income, expenses claim, and underwriting on profitability of Indonesia joint enterprises insurance companies. *Jurnal SIASAT BISNIS*. 27(2):219–234. doi: 10.20885/jsb.vol27.iss2.art7.

Miasary SD, Umami RL, Siswanah E. 2023. Penentuan premi tahunan dan cadangan premi dengan metode New Jersey asuransi *endowment* status *joint life* menggunakan suku bunga stokastik. *Unisda Journal of Mathematics and Computer Science (UJMC)*. 9(2):1–11. doi: 10.52166/ujmc.v9i2.5953.

De Myttenaere A, Golden B, Le Grand B, Rossi F. 2016. Mean Absolute Percentage Error for regression models. *Neurocomputing*. 192:38–48. doi: 10.1016/j.neucom.2015.12.114.

Pradipta Y, Widana IN, Sugiarto YB. 2013. Pengaruh perubahan suku bunga terhadap perhitungan premi neto tahunan asuransi kesehatan individu. *E-Jurnal Matematika*. 2(3):17–22. doi: 10.24843/mtk.2013.v02.i03.p043.

Rendleman RJ, Bartter BJ. 1979. Two-state option pricing. *J Finance*. 34(5):1093–1110. doi: 10.2307/2327237.

Rendleman RJ, Bartter BJ. 1980. The pricing of options on debt securities. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*. 15(1):11–24. doi: 10.2307/2979016.

Ross SM. 2010. *Introduction to Probability Models*. Ed ke-10. Los Angeles: Elsevier.

Sulma S, Widana IN, Toaha S, Fitria I. 2023. Comparison of projected credit and entry age normal methods in pension fund Vasicek and Cox-Ingersoll-Ross models. *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan*. 17(4):2421–2432. doi: 10.30598/barekengvol17iss4pp2421-2432.

Thomopoulos NT. 2013. *Essentials of Monte Carlo Simulation*. Chicago: Springer.

Wang N, Gerrard R, Haberman S. 2004. The premium and the risk of a life policy in the presence of interest rate fluctuations. *Insur Math Econ*. 35(3):537–551. doi: 10.1016/j.insmatheco.2004.07.004.

Wooldridge JM. 2013. *Introductory Econometrics: A Modern Approach*. Ed ke-5. Mason: South-Western Pub.

LAMPIRAN

Lampiran 1 Tingkat bunga BI-*Rate* periode Januari 2017–Desember 2024

t	Bulan	BI-*Rate*
1	Januari 2017	4,75%
2	Februari 2017	4,75%
3	Maret 2017	4,75%
4	April 2017	4,75%
5	Mei 2017	4,75%
6	Juni 2017	4,75%
7	Juli 2017	4,75%
8	Agustus 2017	4,50%
9	September 2017	4,25%
10	Oktober 2017	4,25%
11	November 2017	4,25%
12	Desember 2017	4,25%
13	Januari 2018	4,25%
14	Februari 2018	4,25%
15	Maret 2018	4,25%
16	April 2018	4,25%
17	Mei 2018	4,63%
18	Juni 2018	5,25%
19	Juli 2018	5,25%
20	Agustus 2018	5,50%
21	September 2018	5,75%
22	Oktober 2018	5,75%
23	November 2018	6,00%
24	Desember 2018	6,00%
25	Januari 2019	6,00%
26	Februari 2019	6,00%
27	Maret 2019	6,00%
28	April 2019	6,00%
29	Mei 2019	6,00%
30	Juni 2019	6,00%
31	Juli 2019	5,75%
32	Agustus 2019	5,50%
33	September 2019	5,25%
34	Oktober 2019	5,00%
35	November 2019	5,00%
36	Desember 2019	5,00%
37	Januari 2020	5,00%
38	Februari 2020	4,75%
39	Maret 2020	4,50%
40	April 2020	4,50%
41	Mei 2020	4,50%
42	Juni 2020	4,25%
43	Juli 2020	4,00%
44	Agustus 2020	4,00%
45	September 2020	4,00%
46	Oktober 2020	4,00%
47	November 2020	3,75%
48	Desember 2020	3,75%

t	Bulan	BI-*Rate*
49	Januari 2021	3,75%
50	Februari 2021	3,50%
51	Maret 2021	3,50%
52	April 2021	3,50%
53	Mei 2021	3,50%
54	Juni 2021	3,50%
55	Juli 2021	3,50%
56	Agustus 2021	3,50%
57	September 2021	3,50%
58	Oktober 2021	3,50%
59	November 2021	3,50%
60	Desember 2021	3,50%
61	Januari 2022	3,50%
62	Februari 2022	3,50%
63	Maret 2022	3,50%
64	April 2022	3,50%
65	Mei 2022	3,50%
66	Juni 2022	3,50%
67	Juli 2022	3,50%
68	Agustus 2022	3,75%
69	September 2022	4,25%
70	Oktober 2022	4,75%
71	November 2022	5,25%
72	Desember 2022	5,50%
73	Januari 2023	5,75%
74	Februari 2023	5,75%
75	Maret 2023	5,75%
76	April 2023	5,75%
77	Mei 2023	5,75%
78	Juni 2023	5,75%
79	Juli 2023	5,75%
80	Agustus 2023	5,75%
81	September 2023	5,75%
82	Oktober 2023	6,00%
83	November 2023	6,00%
84	Desember 2023	6,00%
85	Januari 2024	6,00%
86	Februari 2024	6,00%
87	Maret 2024	6,00%
88	April 2024	6,25%
89	Mei 2024	6,25%
90	Juni 2024	6,25%
91	Juli 2024	6,25%
92	Agustus 2024	6,25%
93	September 2024	6,00%
94	Oktober 2024	6,00%
95	November 2024	6,00%
96	Desember 2024	6,00%

Lampiran 2 Kode R yang digunakan untuk pendugaan parameter model Rendleman-Bartter, pembangkitan tingkat bunga model Rendleman-Bartter, dan penghitungan nilai MAPE, simulasi pembangkitan tingkat bunga model Rendleman-Bartter pada *RStudio*

1. Menyiapkan *package*, data, dan variabel yang diperlukan

```
library(readxl)
library(MLmetrics)
library(ggplot2)
library(dplyr)
library(tidyr)
library(scales)
data_bi7drr = read_excel("C:/Users/acer/Downloads/SKRIPSI/BI7DayRR.xlsx")
bi7drr_i = data_bi7drr$`i` # Mengambil kolom 'i' sebagai data tingkat bunga
bi7drr_d = log(1+bi7drr_i)

# Menentukan variabel dari data BI7DRR
n = length(bi7drr_d)  # Jumlah data rata-rata per tahun BI7DRR
rate_1 = bi7drr_d[-n] # Data ke-1 sampai dengan n-1
rate_2 = bi7drr_d[-1] # Data ke-2 sampai dengan n
sigma1kuad = sum(rate_1^2) # Jumlah pengkuadratan data ke-1 sampai n-1
sigma1.2 = sum(rate_1 * rate_2)  # Jumlah perkalian antara data ke-1 sampai
n-1 dan data ke-2 sampai n

# Memasukkan data Tabel Mortalitas Penduduk Indonesia (TMPI) tahun 2023
TMPI = read_excel("C:/Users/acer/Downloads/SKRIPSI/TMPI2023.xlsx")
usia = TMPI$Usia # Usia = x = 0,1,2,...,111
qlk = TMPI$qx     # Peluang laki-laki x meninggal dalam kurun waktu x+1
qpr = TMPI$qy     # Peluang perempuan x meninggal dalam kurun waktu x+1
plk = 1 - qlk     # Peluang laki-laki x tetap hidup dalam kurun waktu x+1
ppr = 1 - qpr     # Peluang perempuan x tetap hidup dalam kurun waktu x+1

qlk1 = TMPI$qx1      # Peluang laki-laki x meninggal dalam waktu x+1 di
seleksi untuk skenario 1
qpr1 = TMPI$qy1     # Peluang perempuan x meninggal dalam kurun waktu x+1
di seleksi untuk skenario 1
plk1 = 1 - qlk1      # Peluang laki-laki x tetap hidup dalam kurun waktu
x+1 di seleksi untuk skenario 1
ppr1 = 1 - qpr1      # Peluang perempuan x tetap hidup dalam kurun waktu
x+1 di seleksi untuk skenario 1

qlk2 = TMPI$qx2     # Peluang laki-laki x meninggal dalam kurun waktu x+1
di seleksi untuk skenario 2
qpr2 = TMPI$qy2      # Peluang perempuan x meninggal dalam waktu x+1 di
seleksi untuk skenario 2
plk2 = 1 - qlk2      # Peluang laki-laki x tetap hidup dalam waktu x+1 di
seleksi untuk skenario 2
ppr2 = 1 - qpr2      # Peluang perempuan x tetap hidup dalam waktu x+1 di
seleksi untuk skenario 2

qlk3 = TMPI$qx3      # Peluang laki-laki x meninggal dalam waktu x+1 di
seleksi untuk skenario 3
qpr3 = TMPI$qy3      # Peluang perempuan x meninggal dalam waktu x+1 di
seleksi untuk skenario 3
```

```
plk3 = 1 - qlk3      # Peluang laki-laki x tetap hidup dalam waktu x+1 di
seleksi untuk skenario 3
ppr3 = 1 - qpr3      # Peluang perempuan x tetap hidup dalam waktu x+1 di
seleksi untuk skenario 3
```

2. Pendugaan parameter model Rendleman-Bartter

```
delta = 1        # Interval waktu (delta t)
q = (sigma1.2) / (sigma1kuad)
a = (q - 1) / delta # Nilai dugaan parameter 'a' (drift)
sb = sqrt((sum(((rate_2 - q * rate_1) / rate_1)^2)) / (n - 2)) # Nilai
dugaan parameter 'sigma' (volatilitas)
```

3. Fungsi simulasi pembangkitan model Rendleman-Bartter

```
md.rb = function(a, sb, r0, nmin1, delta) {
 rb.rate = NULL
 rt = r0
 for (i in 1:nmin1) {
  # Persamaan Rendleman-Bartter: dW ~ N(0,dt)
  rt = rt + a * rt * delta + sb * rt * rnorm(n = 1, mean = 0, sd = 1) *
sqrt(delta)
  rb.rate = c(rb.rate, rt)
 }
 hasil = c(r0, rb.rate) # Gabungkan nilai awal dengan tingkat bunga yang
dihasilkan
 return(hasil)
}
```

4. Membandingkan tingkat bunga BI-*Rate* dengan model Rendleman-Bartter dan menentukan MAPE

```
set.seed(93865)
tingkat.rb_simulasi_awal = md.rb(a, sb, 0.048021, (n - 1), delta)
tingkat.rb_awal_d = md.rb(a, sb, bi7drr_d[1], (n - 1), delta)
tingkat.rb_awal_i = exp(tingkat.rb_awal_d)-1

i_tahunan_bi7drr <- numeric(n/12)
i_tahunan_rb <- numeric(n/12)
for (i in 1:8) {
  indeks_awal <- (i-1) * 12 + 1
  indeks_akhir <- i * 12
  i_tahunan_bi7drr[i]                                                 <-
(prod(1+bi7drr_i[indeks_awal:indeks_akhir])^(1/12))-1
  data_pertahun_rb <- tingkat.rb_awal_i[indeks_awal:indeks_akhir]
  i_tahunan_rb[i] <- (prod(1+data_pertahun_rb)^(1/12))-1
}
df_data <- data.frame(
  Tahun = 2017:2024,
  BI7DRR = i_tahunan_bi7drr,
  Rendleman_Bartter = i_tahunan_rb
)
df_data$xend_bi7drr <- df_data$Tahun + 1
df_data$yend_bi7drr <- df_data$BI7DRR
df_data$xend_rb <- df_data$Tahun + 1
df_data$yend_rb <- df_data$Rendleman_Bartter
```

```
q <- (ggplot(df_data) +
        geom_vline(aes(xintercept = Tahun), linetype = "dashed", color =
"grey", size = 0.6) +
        geom_vline(xintercept = 2025, linetype = "dashed", color = "grey",
size = 0.6) +
        geom_segment(aes(x = Tahun, y = BI7DRR, xend = xend_bi7drr, yend =
yend_bi7drr),
                     color = 'black', size = 1.2) +
        geom_point(aes(x = Tahun, y = BI7DRR), shape = 21, fill = "black",
color = "black", size = 3, stroke = 1) +
        geom_point(aes(x = xend_bi7drr, y = yend_bi7drr), shape = 21, fill
= "white", color = "black", size = 3, stroke = 1) +
        # Label nilai pada titik BI7DRR
        geom_text(aes(x = Tahun, y = BI7DRR, label = scales::percent(BI7DRR,
accuracy = 0.01)),
                  vjust = -1, color = "black", size = 3.5) +
        geom_segment(aes(x = Tahun, y = Rendleman_Bartter, xend = xend_rb,
yend = yend_rb),
                     color = 'blue', size = 1.2) +
        geom_point(aes(x = Tahun, y = Rendleman_Bartter), shape = 21, fill
= "blue", color = "blue", size = 3, stroke = 1) +
        geom_point(aes(x = xend_rb, y = yend_rb), shape = 21, fill = "white",
color = "blue", size = 3, stroke = 1) +
        geom_text(aes(x   =   Tahun,   y   =   Rendleman_Bartter,   label   =
scales::percent(Rendleman_Bartter, accuracy = 0.01)),
                  vjust = -1, color = "blue", size = 3.5) +
        ylab("Tingkat Bunga") + xlab("Periode") +
        scale_y_continuous(labels   =   scales::percent_format(accuracy   =
0.01)) +
        scale_x_continuous(breaks       =       min(df_data$Tahun)       :
(max(df_data$Tahun) + 1)) +
        theme(
          panel.background = element_rect(fill = "white"),
          plot.background = element_rect(fill = "white"),
          panel.grid.major.y = element_blank(),
          panel.grid.minor.y = element_blank(),
          panel.grid.major.x = element_blank(),
          panel.border = element_blank(),
          axis.line.x = element_line(color = "black", size = 0.5),
          axis.line.y = element_line(color = "black", size = 0.5)
        )
)
MAPE(tingkat.rb_awal_i, bi7drr_i)# Menguji kesesuaian data BI7DRR terhadap
tingkat bunga model Rendleman-Bartter
```

5. Membangkitkan Rata-rata per Tahun Tingkat Bunga Model Rendleman-Bartter pada Tahun 2024 sampai 2039

```
set.seed(93864)
tingkat.rb.prediksi = md.rb(a, sb, bi7drr_d[n], 180, delta
tingkat.rb2539.d = tingkat.rb.prediksi[-1] # Mengambil data 2025-2039
tingkat.rb2539.i = exp(tingkat.rb2539.d)-1

i_tahunan_rb_prediksi <- numeric(n/12)
for (i in 1:15) {
  indeks_awal <- (i-1) * 12 + 1
```

```
  indeks_akhir <- i * 12
  i_tahunan_rb_prediksi[i]                                              <-
(prod(1+tingkat.rb2539.i[indeks_awal:indeks_akhir])^(1/12))-1
}
names(i_tahunan_rb_prediksi) <- seq(2025,2039)
i_tahunan_rb_prediksi

all_bi7drr_years <- 2017:2039
all_bi7drr_values <- c(i_tahunan_bi7drr, i_tahunan_rb_prediksi)
df_graph2 <- data.frame(
  Tahun = all_bi7drr_years,
  Value = all_bi7drr_values,
  PeriodColor = period_color
)
df_graph2$xend <- df_graph2$Tahun + 1
df_graph2$yend <- df_graph2$Value
plot_graph2 <- (ggplot(df_graph2) +
               geom_line(aes(x = Tahun, y = Value), color = "grey", size =
0.8) +
               geom_vline(aes(xintercept  =  Tahun),  linetype  =  "dashed",
color = "grey", size = 0.6) +
               geom_vline(xintercept = max(df_graph2$Tahun) + 1, linetype
= "dashed", color = "grey", size = 0.6) +
               geom_segment(aes(x = Tahun, y = Value, xend = xend, yend =
yend, color = PeriodColor),
               size = 1.2) +
               geom_point(aes(x = xend, y = yend, color = PeriodColor), #
Warna outline mengikuti periode
               shape = 21, fill = "white", size = 3, stroke = 1) + # Isi
tetap putih
               geom_point(aes(x  =  Tahun,  y  =  Value,  fill  =  PeriodColor,
color = PeriodColor),
               shape = 21, size = 3, stroke = 1) +
               scale_color_manual(values  =  c("Sebelum  2025"  =  "black",
"Mulai 2025" = "red")) +
               scale_fill_manual(values  =  c("Sebelum  2025"  =  "black",
"Mulai 2025" = "red")) +
               ylab("Tingkat Bunga") + xlab("Periode") +
               labs(title = NULL) + # Judul grafik dihapus
               scale_y_continuous(labels=scales::percent_format(accuracy=
      0.01)) +
               scale_x_continuous(breaks = seq(from = 2015, to = 2040, by
= 5)) +
               theme(
                  panel.background = element_rect(fill = "white"),
                  plot.background = element_rect(fill = "white"),
                  panel.grid.major.y = element_blank(),
                  panel.grid.minor.y = element_blank(),
                  panel.grid.major.x = element_blank(),
                  panel.border = element_blank(),
                  axis.line.x = element_line(color = "black", size = 0.5),
                  axis.line.y = element_line(color = "black", size = 0.5),
                  plot.title  =  element_text(hjust  =  0.5,  face  =  "bold",
size = 14),
                  legend.position = "none" # Legenda dihapus
                  )
)
```

Lampiran 3 Hasil simulasi tingkat bunga bulanan BI-*Rate* dengan model Rendleman-Bartter periode Januari 2017–Desember 2024

t	Bulan	*i*
1	Januari 2017	4,80%
2	Februari 2017	4,74%
3	Maret 2017	4,83%
4	April 2017	5,14%
5	Mei 2017	5,17%
6	Juni 2017	4,83%
7	Juli 2017	4,85%
8	Agustus 2017	4,48%
9	September 2017	4,37%
10	Oktober 2017	4,47%
11	November 2017	4,59%
12	Desember 2017	4,85%
13	Januari 2018	4,80%
14	Februari 2018	4,74%
15	Maret 2018	4,83%
16	April 2018	5,14%
17	Mei 2018	5,17%
18	Juni 2018	4,83%
19	Juli 2018	4,85%
20	Agustus 2018	4,48%
21	September 2018	4,37%
22	Oktober 2018	4,47%
23	November 2018	4,59%
24	Desember 2018	4,85%
25	Januari 2019	4,82%
26	Februari 2019	4,92%
27	Maret 2019	4,97%
28	April 2019	5,30%
29	Mei 2019	5,35%
30	Juni 2019	5,32%
31	Juli 2019	5,31%
32	Agustus 2019	5,24%
33	September 2019	5,20%
34	Oktober 2019	5,15%
35	November 2019	5,16%
36	Desember 2019	5,22%
37	Januari 2020	5,02%
38	Februari 2020	5,32%
39	Maret 2020	5,13%
40	April 2020	4,96%
41	Mei 2020	4,73%
42	Juni 2020	4,57%
43	Juli 2020	4,59%
44	Agustus 2020	4,51%
45	September 2020	4,40%
46	Oktober 2020	4,22%
47	November 2020	4,16%
48	Desember 2020	4,07%

t	Bulan	*i*
49	Januari 2021	4,05%
50	Februari 2021	3,86%
51	Maret 2021	3,62%
52	April 2021	3,56%
53	Mei 2021	3,45%
54	Juni 2021	3,30%
55	Juli 2021	3,14%
56	Agustus 2021	3,35%
57	September 2021	3,56%
58	Oktober 2021	3,64%
59	November 2021	3,64%
60	Desember 2021	3,61%
61	Januari 2022	3,62%
62	Februari 2022	3,61%
63	Maret 2022	3,50%
64	April 2022	3,56%
65	Mei 2022	3,72%
66	Juni 2022	3,57%
67	Juli 2022	3,69%
68	Agustus 2022	3,75%
69	September 2022	3,96%
70	Oktober 2022	4,28%
71	November 2022	4,38%
72	Desember 2022	4,70%
73	Januari 2023	4,65%
74	Februari 2023	4,78%
75	Maret 2023	4,78%
76	April 2023	4,86%
77	Mei 2023	5,00%
78	Juni 2023	5,17%
79	Juli 2023	5,01%
80	Agustus 2023	5,30%
81	September 2023	5,38%
82	Oktober 2023	5,75%
83	November 2023	5,56%
84	Desember 2023	5,73%
85	Januari 2024	5,63%
86	Februari 2024	5,51%
87	Maret 2024	5,37%
88	April 2024	6,06%
89	Mei 2024	5,95%
90	Juni 2024	5,61%
91	Juli 2024	5,60%
92	Agustus 2024	5,93%
93	September 2024	6,06%
94	Oktober 2024	5,67%
95	November 2024	5,89%
96	Desember 2024	5,39%

Lampiran 4 Hasil pendugaan tingkat bunga bulanan BI-*Rate* dengan model Rendleman-Bartter periode Januari 2025–Desember 2039

Bulan	i	Bulan	i	Bulan	i	Bulan	i
Jan 2025	6,12%	Mar 2029	6,45%	Mei 2033	7,62%	Jul 2037	5,98%
Feb 2025	6,01%	Apr 2029	6,21%	Juni 2033	8,04%	Agt 2037	6,30%
Mar 2025	6,20%	Mei 2029	6,25%	Juli 2033	7,66%	Sep 2037	6,47%
Apr 2025	6,17%	Jun 2029	6,53%	Agt 2033	7,64%	Okt 2037	6,79%
Mei 2025	6,19%	Jul 2029	6,07%	Sep 2033	7,52%	Nov 2037	6,32%
Jun 2025	6,17%	Agt 2029	6,21%	Okt 2033	7,25%	Des 2037	6,21%
Jul 2025	6,26%	Sep 2029	6,37%	Nov 2033	7,17%	Jan 2038	6,07%
Agt 2025	6,19%	Okt 2029	6,37%	Des 2033	7,12%	Feb 2038	6,10%
Sep 2025	6,25%	Nov 2029	5,93%	Jan 2034	6,86%	Mar 2038	5,90%
Okt 2025	5,86%	Des 2029	5,82%	Feb 2034	7,01%	Apr 2038	6,23%
Nov 2025	6,09%	Jan 2030	6,12%	Mar 2034	6,51%	Mei 2038	6,40%
Des 2025	6,14%	Feb 2030	6,28%	Apr 2034	6,09%	Jun 2038	6,82%
Jan 2026	6,13%	Mar 2030	6,56%	Mei 2034	6,06%	Jul 2038	6,67%
Feb 2026	6,36%	Apr 2030	6,56%	Jun 2034	6,45%	Agt 2038	6,66%
Mar 2026	6,14%	Mei 2030	6,40%	Jul 2034	6,54%	Sep 2038	6,88%
Apr 2026	6,14%	Jun 2030	6,36%	Agt 2034	6,58%	Okt 2038	6,97%
Mei 2026	5,84%	Jul 2030	6,05%	Sep 2034	6,20%	Nov 2038	7,17%
Jun 2026	6,02%	Agt 2030	5,84%	Okt 2034	5,78%	Des 2038	6,83%
Jul 2026	5,68%	Sep 2030	5,90%	Nov 2034	5,65%	Jan 2039	6,78%
Agt 2026	5,98%	Okt 2030	5,96%	Des 2034	5,66%	Feb 2039	6,84%
Sep 2026	5,51%	Nov 2030	5,92%	Jan 2035	5,36%	Mar 2039	6,90%
Okt 2026	5,49%	Des 2030	5,86%	Feb 2035	5,34%	Apr 2039	7,07%
Nov 2026	5,57%	Jan 2031	5,68%	Mar 2035	5,64%	Mei 2039	6,70%
Des 2026	5,75%	Feb 2031	5,54%	Apr 2035	5,53%	Jun 2039	6,26%
Jan 2027	5,79%	Mar 2031	5,52%	Mei 2035	5,49%	Jul 2039	6,55%
Feb 2027	5,83%	Apr 2031	5,52%	Jun 2035	5,24%	Agt 2039	6,76%
Mar 2027	5,97%	Mei 2031	5,56%	Jul 2035	5,17%	Sep 2039	6,50%
Apr 2027	6,27%	Jun 2031	5,46%	Agt 2035	5,08%	Okt 2039	6,38%
Mei 2027	6,03%	Jul 2031	5,31%	Sep 2035	5,10%	Nov 2039	6,09%
Jun 2027	5,52%	Agt 2031	5,19%	Okt 2035	4,84%	Des 2039	6,03%
Jul 2027	5,31%	Sep 2031	5,10%	Nov 2035	4,86%		
Agt 2027	5,33%	Okt 2031	5,18%	Des 2035	4,68%		
Sep 2027	5,62%	Nov 2031	5,30%	Jan 2036	4,85%		
Okt 2027	5,35%	Des 2031	5,61%	Feb 2036	5,08%		
Nov 2027	5,22%	Jan 2032	5,54%	Mar 2036	5,01%		
Des 2027	5,49%	Feb 2032	5,58%	Apr 2036	4,93%		
Jan 2028	5,27%	Mar 2032	6,03%	Mei 2036	4,89%		
Feb 2028	5,48%	Apr 2032	6,05%	Jun 2036	4,94%		
Mar 2028	5,40%	Mei 2032	6,50%	Jul 2036	5,33%		
Apr 2028	5,64%	Juni 2032	6,47%	Agt 2036	5,60%		
Mei 2028	5,51%	Juli 2032	6,70%	Sep 2036	5,60%		
Jun 2028	5,20%	Agt 2032	6,43%	Okt 2036	5,58%		
Jul 2028	5,57%	Sep 2032	6,75%	Nov 2036	5,49%		
Agt 2028	5,25%	Okt 2032	6,86%	Des 2036	5,54%		
Sep 2028	5,22%	Nov 2032	7,25%	Jan 2037	5,63%		
Okt 2028	5,62%	Des 2032	7,42%	Feb 2037	5,88%		
Nov 2028	5,98%	Jan 2033	7,36%	Mar 2037	5,85%		
Des 2028	6,07%	Feb 2033	7,98%	Apr 2037	5,67%		
Jan 2029	6,26%	Mar 2033	8,36%	Mei 2037	5,44%		
Feb 2029	6,60%	Apr 2033	7,74%	Jun 2037	5,72%		

Lampiran 5 Tabel Mortalitas Penduduk Indonesia Tahun 2023

Usia (x)	q_x^{lk}	q_x^{pr}	Usia (x)	q_x^{lk}	q_x^{pr}	Usia (x)	q_x^{lk}	q_x^{pr}
0	0.009791	0.007880	38	0.002282	0.001917	76	0.040318	0.026431
1	0.002526	0.002096	39	0.002468	0.002065	77	0.041931	0.027660
2	0.001079	0.000900	40	0.002681	0.002233	78	0.043665	0.029022
3	0.000701	0.000580	41	0.002911	0.002418	79	0.045679	0.030617
4	0.000598	0.000489	42	0.003171	0.002631	80	0.048105	0.032506
5	0.000578	0.000470	43	0.003475	0.002881	81	0.051056	0.034703
6	0.000575	0.000469	44	0.003816	0.003161	82	0.054637	0.037204
7	0.000566	0.000465	45	0.004182	0.003458	83	0.058904	0.039987
8	0.000547	0.000454	46	0.004590	0.003791	84	0.063869	0.043043
9	0.000523	0.000440	47	0.005064	0.004176	85	0.069532	0.046397
10	0.000507	0.000432	48	0.005611	0.004610	86	0.075921	0.050129
11	0.000504	0.000437	49	0.006223	0.005079	87	0.083101	0.054368
12	0.000517	0.000452	50	0.006927	0.005598	88	0.091181	0.059270
13	0.000543	0.000473	51	0.007738	0.006179	89	0.100295	0.065021
14	0.000578	0.000498	52	0.008626	0.006796	90	0.110590	0.071820
15	0.000620	0.000527	53	0.009534	0.007411	91	0.122198	0.079865
16	0.000661	0.000558	54	0.010457	0.008042	92	0.135220	0.089331
17	0.000697	0.000590	55	0.011404	0.008711	93	0.149714	0.100354
18	0.000734	0.000628	56	0.012364	0.009402	94	0.165699	0.113024
19	0.000776	0.000673	57	0.013315	0.010081	95	0.183166	0.127397
20	0.000822	0.000720	58	0.014309	0.010777	96	0.202084	0.143499
21	0.000865	0.000767	59	0.015405	0.011524	97	0.222408	0.161346
22	0.000913	0.000815	60	0.016604	0.012311	98	0.244075	0.180955
23	0.000967	0.000866	61	0.017867	0.013102	99	0.267009	0.202353
24	0.001023	0.000918	62	0.019201	0.013903	100	0.291119	0.225572
25	0.001076	0.000967	63	0.020585	0.014711	101	0.316297	0.250649
26	0.001132	0.001017	64	0.021962	0.015496	102	0.342423	0.277614
27	0.001196	0.001073	65	0.023274	0.016229	103	0.369364	0.306485
28	0.001263	0.001129	66	0.024568	0.016951	104	0.396967	0.337265
29	0.001327	0.001181	67	0.025899	0.017697	105	0.425069	0.369940
30	0.001393	0.001234	68	0.027284	0.018466	106	0.453489	0.404473
31	0.001468	0.001292	69	0.028732	0.019257	107	0.482033	0.440808
32	0.001549	0.001354	70	0.030301	0.020115	108	0.510493	0.478863
33	0.001632	0.001417	71	0.032002	0.021067	109	0.538649	0.518532
34	0.001728	0.001489	72	0.033755	0.022084	110	0.566271	0.559684
35	0.001846	0.001578	73	0.035455	0.023111	111	1.000000	1.000000
36	0.001981	0.001682	74	0.037098	0.024162			
37	0.002123	0.001793	75	0.038713	0.025266			

q_x^{lk} : Peluang laki-laki berusia x tahun meninggal sebelum berusia $x+1$ tahun.
q_x^{pr} : Peluang perempuan berusia x tahun meninggal sebelum berusia $x+1$ tahun.

Lampiran 6 Kode R yang digunakan untuk penentuan anuitas *reversionary* dan anuitas *joint life*, perhitungan premi tahunan, serta visualisasi hasil simulasi Monte Carlo

1. Fungsi anuitas *reversionary* berjangka n-tahun untuk manfaat 1 satuan

```
rb.estimation = i_tahunan_rb_prediksi
r.konstan = rep(0.06, 15)

anuitas.rev = function(x, y, n_manfaat, intrate) {
  # Mengambil nilai faktor diskonto (v) yang berlaku pada periode waktu 1 sampai dengan n
  v = 1 / (1 + intrate[1:n_manfaat])
  vt = cumprod(v) # Untuk t = 1,2,3,...,n (akumulasi diskonto)

  # Mengambil nilai peluang hidup laki-laki dan perempuan
  px = plk[(x + 1):(x + n_manfaat)] # Peluang hidup laki-laki dari usia x+1 hingga x+n_manfaat
  py = ppr[(y + 1):(y + n_manfaat)] # Peluang hidup perempuan dari usia y+1 hingga y+n_manfaat

  # Menghitung peluang bertahan hidup
  tpy = cumprod(py)       # Peluang perempuan berusia y tetap hidup sampai dengan y+t
  tpx = cumprod(px)       # Peluang laki-laki berusia x tetap hidup sampai dengan x+t
  tpxy.bar = tpx + tpy - tpx * tpy # Peluang bertahan hidup terakhir (last survivor) antara dua individu

  # Menghitung anuitas hidup
  ayn = sum(vt * tpy)              # Anuitas hidup berjangka n tahun bagi pihak istri
  axn = sum(vt * tpx)              # Anuitas hidup berjangka n tahun bagi pihak suami
  axyn = sum(vt * tpx * tpy)       # Anuitas hidup berjangka n tahun bagi pihak yang meninggal pertama kali (joint life)
  axyn.bar = sum(vt * tpxy.bar)   # Anuitas hidup berjangka bagi pihak yang meninggal terakhir (last survivor)

  # Menghitung anuitas reversionary untuk tiga  produk
  anuitas.produk1 = ayn - axyn       # Anuitas reversionary untuk produk pertama (manfaat dibayar kepada istri jika suami meninggal)
  anuitas.produk2 = axn - axyn       # Anuitas reversionary untuk produk kedua (manfaat dibayar kepada suami jika istri meninggal)
  anuitas.produk3 = axyn.bar - axyn # Anuitas reversionary untuk produk ketiga (manfaat dibayar ketika orang terakhir meninggal)
  return(c(anuitas.produk1, anuitas.produk2, anuitas.produk3))
}
```

2. Fungsi anuitas *joint life* berjangka n-tahun dibayar di awal tahun

```
axyn_premi = function(x, y, n_premi, intrate) {
  v_premi = 1 / (1 + (intrate[1:(n_premi - 1)]))# Mengambil nilai faktor diskonto (v) yang berlaku pada periode waktu 1 sampai dengan n-1
```

```
  vt_premi  =  cumprod(v_premi)  #  Untuk  t  =  1,2,3,...,n-1  (akumulasi
diskonto)
  px_premi = plk[(x + 1):(x + n_premi - 1)] # Peluang hidup laki-laki dari
usia x+1 hingga x+n_premi-1
  py_premi = ppr[(y + 1):(y + n_premi - 1)] # Peluang hidup perempuan dari
usia y+1 hingga y+n_premi-1

  # Menghitung peluang bertahan hidup gabungan
  tpy_premi = cumprod(py_premi) # Peluang perempuan berusia y tetap hidup
sampai dengan y+t
  tpx_premi = cumprod(px_premi) # Peluang laki-laki berusia x tetap hidup
sampai dengan x+t

  # Anuitas hidup berjangka n tahun pada awal tahun bagi joint life (premi
dibayar selama n_premi tahun)
  axyn_result  =  1  +  sum(vt_premi  *  tpx_premi  *  tpy_premi)  #  1  untuk
pembayaran di awal tahun (t=0)
  return(axyn_result)
}
```

3. Fungsi perhitungan premi tahunan berjangka *n*-tahun

```
premi = function(x, y, n_premi, n_manfaat, intrate, b) {
  # Actuarial present value benefit (APVB) dari anuitas reversionary untuk
ketiga produk
  apvb = anuitas.rev(x, y, n_manfaat, intrate)
  # Actuarial present value premium (APVP) dari anuitas joint life untuk
pembayaran premi
  apvp = axyn_premi(x, y, n_premi, intrate)
  # Premi tahunan berjangka = APVB / APVP * Manfaat (b)
  premitahunanberjangka = b * (apvb / apvp)
  return(premitahunanberjangka)
}
```

4. Fungsi perhitungan premi tabel *ultimate*

```
premi_ultimate = function(x, y, n_premi, n_manfaat, intrate, b) {
  px_all = plk
  py_all = ppr
  anuitas.rev = function() {
    v = 1 / (1 + intrate[1:n_manfaat])
    vt = cumprod(v)
    px = px_all[(x + 1):(x + n_manfaat)]
    py = py_all[(y + 1):(y + n_manfaat)]

    tpx = cumprod(px)
    tpy = cumprod(py)
    tpxy.bar = tpx + tpy - tpx * tpy

    ayn = sum(vt * tpy)
    axn = sum(vt * tpx)
    axyn = sum(vt * tpx * tpy)
    axyn.bar = sum(vt * tpxy.bar)

    return(c(ayn - axyn, axn - axyn, axyn.bar - axyn))
  }
  axyn_premi = function() {
```

```
    v_premi = 1 / (1 + intrate[1:(n_premi - 1)])
    vt_premi = cumprod(v_premi)

    px_premi = px_all[(x + 1):(x + n_premi - 1)]
    py_premi = py_all[(y + 1):(y + n_premi - 1)]

    tpx_premi = cumprod(px_premi)
    tpy_premi = cumprod(py_premi)
    return(1 + sum(vt_premi * tpx_premi * tpy_premi))
  }
  apvb = anuitas.rev()
  apvp = axyn_premi()
  return(b * (apvb / apvp))
}
```

5. Fungsi perhitungan premi tabel *select*

```
premi_select = function(x, y, n_premi, n_manfaat, intrate, b) {
  # Pilih tabel sesuai kombinasi usia
  if (x == 25 && y == 22) {
    px_all = plk1
    py_all = ppr1
  } else if (x == 27 && y == 24) {
    px_all = plk2
    py_all = ppr2
  } else if (x == 29 && y == 26) {
    px_all = plk3
    py_all = ppr3
  } else {
    stop("Pasangan usia ini tidak tersedia dalam tabel select.")
  }
  anuitas.rev = function() {
    v = 1 / (1 + intrate[1:n_manfaat])
    vt = cumprod(v)
    px = px_all[(x + 1):(x + n_manfaat)]
    py = py_all[(y + 1):(y + n_manfaat)]

    tpx = cumprod(px)
    tpy = cumprod(py)
    tpxy.bar = tpx + tpy - tpx * tpy

    ayn = sum(vt * tpy)
    axn = sum(vt * tpx)
    axyn = sum(vt * tpx * tpy)
    axyn.bar = sum(vt * tpxy.bar)

    return(c(ayn - axyn, axn - axyn, axyn.bar - axyn))
  }
  axyn_premi = function() {
    v_premi = 1 / (1 + intrate[1:(n_premi - 1)])
    vt_premi = cumprod(v_premi)
    px_premi = px_all[(x + 1):(x + n_premi - 1)]
    py_premi = py_all[(y + 1):(y + n_premi - 1)]
    tpx_premi = cumprod(px_premi)
    tpy_premi = cumprod(py_premi)

    return(1 + sum(vt_premi * tpx_premi * tpy_premi))
  }
```

```
  apvb = anuitas.rev()
  apvp = axyn_premi()
  return(b * (apvb / apvp))
}
```

6. Perhitungan premi tahunan berjangka ketiga produk dengan tingkat bunga konstan

```
premi_konstan_1_ult = premi_ultimate(x = 25, y = 22, n_premi = 10, n_manfaat
= 15, intrate = r.konstan, b = 48000000)
premi_konstan_2_ult = premi_ultimate(x = 27, y = 24, n_premi = 10, n_manfaat
= 15, intrate = r.konstan, b = 48000000)
premi_konstan_3_ult = premi_ultimate(x = 29, y = 26, n_premi = 10, n_manfaat
= 15, intrate = r.konstan, b = 48000000)

premi_konstan_1_select  =  premi_select(x  =  25,  y  =  22,  n_premi  =  10,
n_manfaat = 15, intrate = r.konstan, b = 48000000)
premi_konstan_2_select  =  premi_select(x  =  27,  y  =  24,  n_premi  =  10,
n_manfaat = 15, intrate = r.konstan, b = 48000000)
premi_konstan_3_select  =  premi_select(x  =  29,  y  =  26,  n_premi  =  10,
n_manfaat = 15, intrate = r.konstan, b = 48000000)
```

7. Perhitungan premi tahunan ketiga produk dengan tingkat bunga model Rendleman-Bartter

```
premi_rb_1_ult = premi_ultimate(x = 25, y = 22, n_premi = 10, n_manfaat =
15, intrate = rb.estimation, b = 48000000)
premi_rb_2_ult = premi_ultimate(x = 27, y = 24, n_premi = 10, n_manfaat =
15, intrate = rb.estimation, b = 48000000)
premi_rb_3_ult = premi_ultimate(x = 29, y = 26, n_premi = 10, n_manfaat =
15, intrate = rb.estimation, b = 48000000)

premi_rb_1_select = premi_select(x = 25, y = 22, n_premi = 10, n_manfaat =
15, intrate = rb.estimation, b = 48000000)
premi_rb_2_select = premi_select(x = 27, y = 24, n_premi = 10, n_manfaat =
15, intrate = rb.estimation, b = 48000000)
premi_rb_3_select = premi_select(x = 29, y = 26, n_premi = 10, n_manfaat =
15, intrate = rb.estimation, b = 48000000)
```

8. Perhitungan premi tahunan dengan model Rendleman-Bartter dan metode Monte Carlo

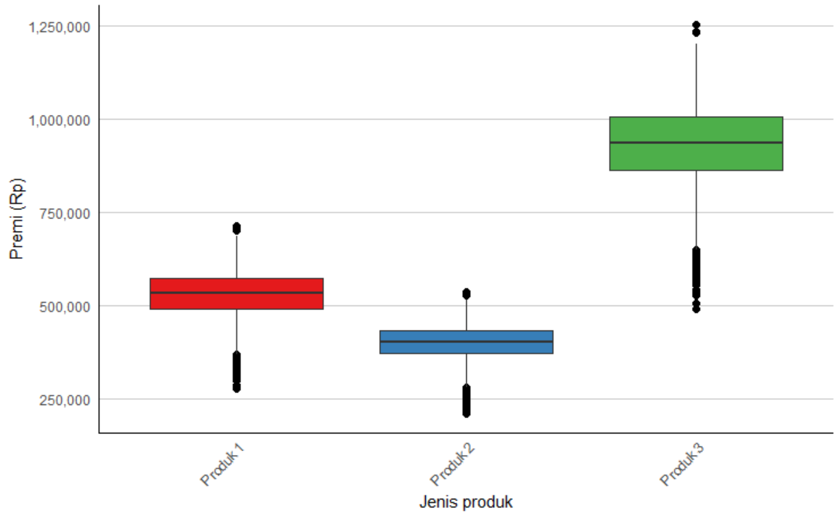
```
set.seed(27)
montecarlo_premi <- function(x, y, n_premi, n_manfaat, N, b, a, sb, r0_mc,
delta = 1) {
  hasil <- matrix(NA, N, 3) # Matriks untuk menyimpan hasil simulasi premi
(N iterasi, 3 produk)
  for (i in 1:N) {
    rate_simulated = md.rb(a, sb, bi7drr_d[n], (n_manfaat*12), delta)
    rate.mc.d = rate_simulated[-1] # Mengambil data tahun 2025 sampai 2039
    rate.mc.i = exp(rate.mc.d)-1

    i_tahunan_mc <- numeric(n_manfaat)
    for (k in 1:(n_manfaat*12)) {
      indeks_awal <- (k-1) * 12 + 1
      indeks_akhir <- k * 12
      i_tahunan_mc[k]                                                  <-
(prod(1+rate.mc.i[indeks_awal:indeks_akhir])^(1/12))-1
```

```
    }
    if (length(i_tahunan_mc) < (max(n_manfaat, n_premi))) {
      warning(paste("Simulasi  tingkat  bunga  Rendleman-Bartter  terlalu
pendek untuk iterasi", i))
      next
    }
    apvb_mc = anuitas.rev(x, y, n_manfaat,i_tahunan_mc[1:n_manfaat])
    apvp_mc = axyn_premi(x, y, n_premi, i_tahunan_mc[1:n_premi])

    if     (any(apvp_mc     ==     0)     ||     any(is.na(apvp_mc))     ||
any(is.infinite(apvp_mc))) {
      warning(paste("APVP nol, NA, atau Inf yang tidak valid pada iterasi",
i))
      next
    }
    hasil[i, ] <- b * (apvb_mc / apvp_mc) # Menghitung premi untuk setiap
produk
  }
  colnames(hasil) <- c("Produk 1", "Produk 2", "Produk 3") # Memberi nama
kolom hasil
  list(simulasi = hasil, rata_rata = colMeans(hasil, na.rm = TRUE), sd =
apply(hasil, 2, sd, na.rm = TRUE))
}

# Menjalankan simulasi Monte Carlo untuk ketiga produk
hasil_montecarlo_1 <- montecarlo_premi(25, 22, 10, 15, 10000, 48000000, a,
sb, 0.05767468)
hasil_montecarlo_2 <- montecarlo_premi(27, 24, 10, 15, 10000, 48000000, a,
sb, 0.05767468)
hasil_montecarlo_3 <- montecarlo_premi(29, 26, 10, 15, 10000, 48000000, a,
sb, 0.05767468)
```

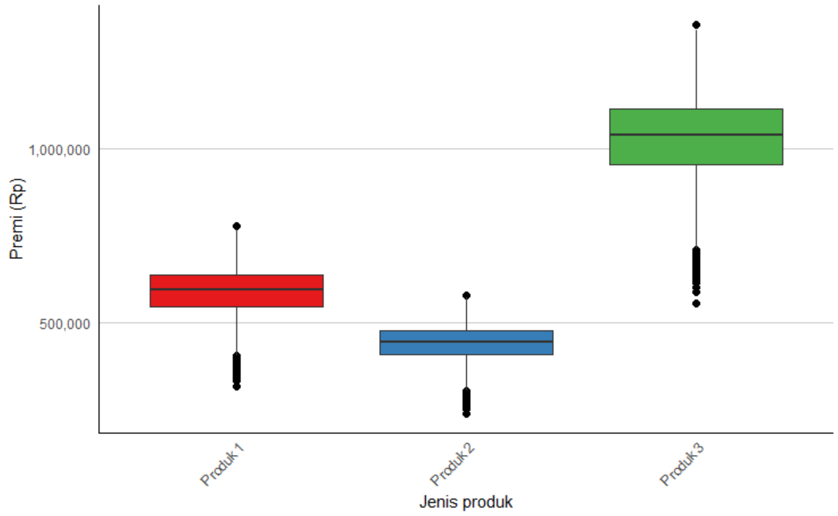
9. Kode R visualisasi hasil Monte Carlo dengan *Boxplot*

```
ggplot(df_plot1, aes(x = Produk, y = Premi, fill = Produk)) +
  geom_boxplot(outlier.colour = "black", outlier.shape = 16, outlier.size
= 2) +
  labs(x = "Jenis Produk", y = "Premi (Rp)") +
  scale_y_continuous(labels = comma) +
  scale_fill_brewer(palette = "Set1") +
  theme_minimal() +
  theme(
    legend.position = "none",
    axis.text.x = element_text(angle = 45, hjust = 1),
    panel.grid.major.x = element_blank(),      # Hilangkan grid vertikal
    panel.grid.minor.x = element_blank(),
    panel.grid.major.y = element_line(color = "gray80"),  # Tampilkan
grid horizontal
    panel.grid.minor.y = element_blank(),      # Opsional: sembunyikan
minor grid horizontal
    axis.line = element_line(color = "black")  # Tambahkan garis sumbu
(axis line)
  )
```

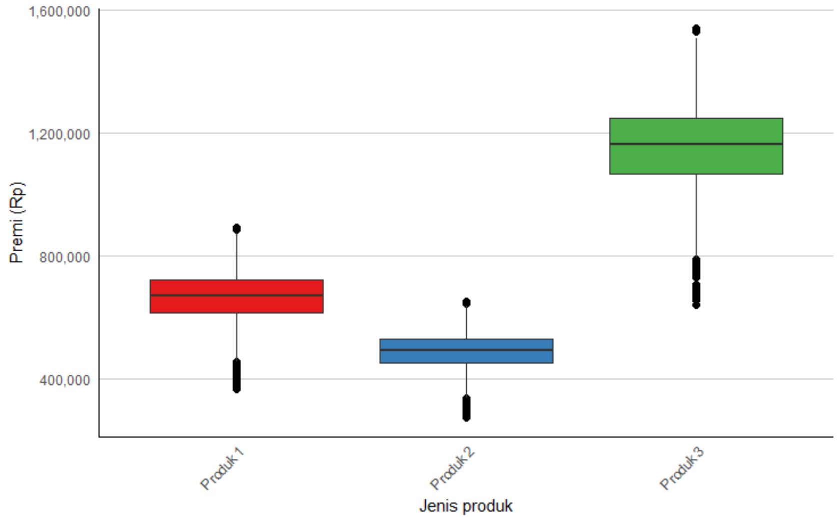
10. Visualisasi hasil simulasi Monte Carlo dengan *Boxplot* pada pasangan usia 25-22



11. Visualisasi hasil simulasi Monte Carlo dengan *Boxplot* pada pasangan usia 27-24



12. Visualisasi hasil simulasi Monte Carlo dengan *Boxplot* pada pasangan usia 29-26



Lampiran 7 Hasil premi tahunan menggunakan tabel *select and ultimate*

Jenis produk	Jenis tingkat bunga	TMPI 2023	Tabel *select & ultimate*	Selisih premi	Persen-tase
Usia suami 27 dan istri 24					
Produk 1	Konstan	Rp632.438,00	Rp612.515,00	Rp19.930,00	3,151
	Rendleman -Bartter	Rp630.164,00	Rp610.274,00	Rp19.890,00	3,156
Produk 2	Konstan	Rp471.767,00	Rp456.529,00	Rp15.238,00	3,230
	Rendleman -Bartter	Rp470.103,00	Rp454.891,00	Rp15.212,00	3,236
Produk 3	Konstan	Rp1.104.206,00	Rp1.069.044,00	Rp35.162,00	3,184
	Rendleman -Bartter	Rp1.100.268,00	Rp1.065.164,00	Rp35.104,00	3,191
Usia suami 29 dan istri 26					
Produk 1	Konstan	Rp712.691,00	Rp690.637,00	Rp22.054,00	3,095
	Rendleman -Bartter	Rp710.101,00	Rp688.084,00	Rp22.017,00	3,101
Produk 2	Konstan	Rp521.670,00	Rp504.817,00	Rp16.853,00	3,231
	Rendleman -Bartter	Rp519.829,00	Rp503.003,00	Rp16.826,00	3,237
Produk 3	Konstan	Rp1.234.361,00	Rp1.195.454,00	Rp38.907,00	3,152
	Rendleman -Bartter	Rp1.229.930,00	Rp1.191.087,00	Rp38.843,00	3,158

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di kota Semarang pada 11 April 2003 sebagai anak ke-1 dari pasangan Bapak Kusmadi dan Ibu Siti Mukaromah. Pendidikan sekolah menengah atas (SMA) ditempuh di sekolah SMA Negeri 6 Semarang, dan lulus pada tahun 2021. Pada tahun yang sama, penulis diterima sebagai mahasiswa program sarjana (S-1) di Program Studi Aktuaria Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alamka di IPB.

Selama mengikuti program S-1, penulis aktif di beberapa kegiatan kemahasiswaan, diantaranya UKM IGAF (*Indonesian Green Action Forum*) LC IPB pada 2022-2023, Himpunan Profesi ASSA (*Actuarial Science Student Association*) IPB pada 2022-2024, serta Asrama Kepemimpinan IPB pada 2023-2024. Penulis juga pernah mengikuti lomba Satria Data di bidang SIC (*Statistics Infographics Competition*) pada 2024 serta menjadi penerima beasiswa tugas akhir dari Beasiswa Harry-Diah AAJI (Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia) tahun 2024/2025. Penulis juga melaksanakan magang profesi di PT Asuransi Jiwa SeaInsure selama semester akhir.